1 d) <u>2. Lösungsweg</u>

Fall 1: Die ersten beiden ~~Zahlen~~ Ziffern sind verschieden

3-Tupel (…, …, …) → $4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$ Zahlen

4 Mögl. 3 Möglichk. 4 Möglichk.

Fall 2: Die ersten beiden ~~Zahlen~~ Ziffern sind gleich

3-Tupel (…, …, …) → $4 \cdot 1 \cdot 3 = 12$ Zahlen

4 Möglk. 1 Möglk. 3 Möglk

Fall 1 und Fall 2 zusammen ergeben 60 Zahlen

<u>3. Lösungsweg</u>

Hätte man von jeder Ziffer 3, könnte man alle 3-stelligen Zahlen mit den Ziffern 1 bis 4 bilden.

Das sind $4^3 = 64$ [3-Tupel, 4 Möglichkeiten für jeden Platz]

Da man aber nur 2 Ziffern von jeder Sorte hat, sind die „Schnapszahlen" 111, 222, 333 und 444 nicht möglich.

Bleiben 60 Zahlen.

2. Das Zuordnen der Teile auf die Kontrolleure kann man schreiben als

1	2	3	4	5	6	7	8	← Teile
A	A	B	B	B	C	C	C	← Kontrolleure

Dann lautet die Aufgabe: Auf wie viele Arten kann man die 8 Buchstaben unter die 8 Zahlen schreiben?

Das sind alle Permutationen der Buchstaben. Davon gibt es (verallgemeinerte Permutationsformel)

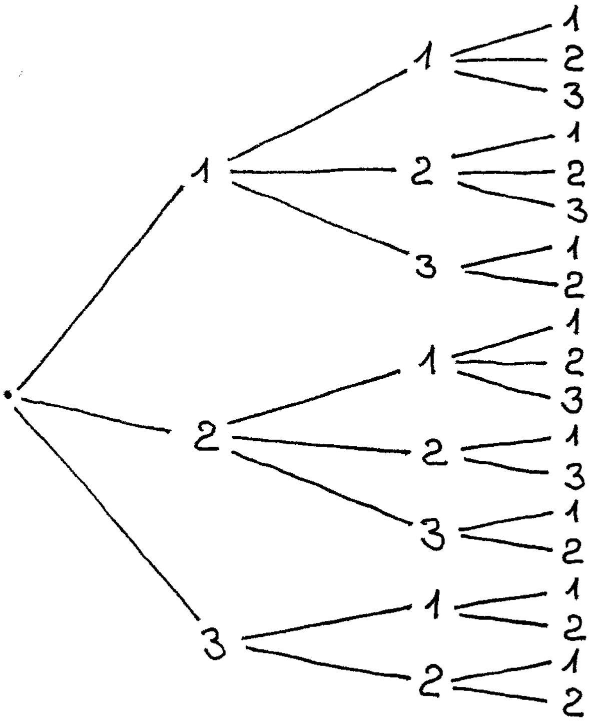
$$\frac{8!}{2!\cdot 3!\cdot 3!} = \frac{\cancel{1}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\overset{2}{\cancel{4}}\cdot 5\cdot\cancel{6}\cdot 7\cdot 8}{\cancel{1}\cdot\cancel{2}\cdot 1\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 1\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}} = 10 \cdot 56 = 560$$

Reimund Albers, Einführung i.d. Mathematik I, WiSe 04/05

Übung 11, Lösungsskizzen

Da das Baumdiagramm die Systematik beinhaltet, beginnen wir mit dem Baumdiagramm

b)



a)

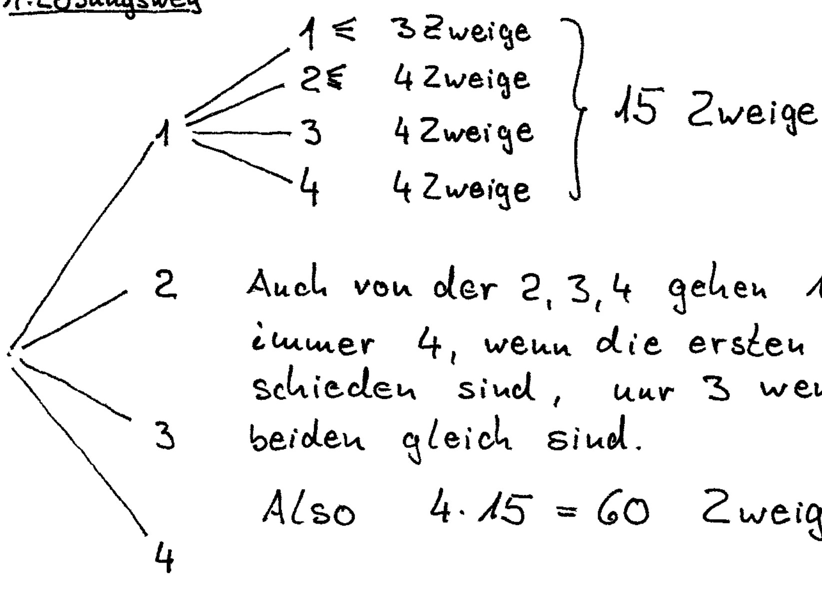
1	1	1
1	1	2
1	1	3
1	2	1
1	2	2
1	2	3
1	3	1
1	3	2
2	1	1
2	1	2
2	1	3
2	2	1
2	2	3
2	3	1
2	3	2
3	1	1
3	1	2
3	2	1
3	2	2

19 Möglichkeiten

c) - neues Baumdiagramm, - Liste

- Ergänzen (in Gedanken) des Baumes aus b). Alle Zweierverzweigungen werden nun zu einer Dreierverzw. Dadurch kommen 8 Verzw. hinzu.
- 3-Tupel, auf jedem Platz 3 Möglichkeiten $\Rightarrow 3^3 = 27$

d) 1. Lösungsweg Baumdiagramm (prinzipiell)



Auch von der 2, 3, 4 gehen 15 Zweige aus, immer 4, wenn die ersten beiden verschieden sind, nur 3 wenn die ersten beiden gleich sind.

Also $4 \cdot 15 = 60$ Zweige, also Zahlen

Hausübungen

3. a) Da es auf die Reihenfolge nicht ankommt, ist ein Baumdiagramm nicht günstig. In der Liste wird nach der ersten Zahl immer nur eine größere Zahl gewählt, um Doppelungen durch Vertauschen der Zahlen zu vermeiden.

12	13	14	15	16
	23	24	25	26
		34	35	36
			45	46
				56

Man erkennt, dass hier Dreieckszahlen eine Rolle spielen.

Es gibt 15 Möglichkeiten, 2 aus 6 Zahlen anzukreuzen

b) Auf diese Art würde man zu viele Möglichkeiten zählen.
Beispiel: Von 3,4 ausgehend würde man dann bilden:
134, 234, 345 und 346
Geht man von 23 aus, kommt dort auch 234 vor. Und geht man von 24 aus, kommt man durch das Hinzufügen von 3 ebenfalls auf 234.
=> Die korrekte Zahl ist <u>nicht</u> $15 \cdot 4 = 60$

c) Man kann den Fehler korrigieren. Da auf diese Weise jedes (neue) 3-Tupel drei Mal gezählt wird, ist die richtige Anzahl $60 : 3 = 20$.

2. Lösungsweg
Wie schon in a) fügt man an die Zahlen der 2er kombinationen nur größere Zahlen an.

12: 123 124 125 126 ‖ 13: 134 135 136
14: 145 146 ‖ 15: 156 ‖ 16: ~~/~~
23: 234 235 236 ‖ 24: 245 246
25: 256 ‖ 34: 345 346 ‖ 35: 356

3b) Fortsetzung

45: 456

Das sind insgesamt 20 3-Tupel.

4a) Dieses Suffix ist ein 3-Tupel

(..., ..., ...) Pro Platz hat man $26 + 10 = 36$ Möglichkeiten.

Also kann man $36^3 = 46.656$ Dateikennzeichnungen bilden.

b) Die Einstellungen sind 4-Tupel mit 6 Möglichkeiten pro Platz. => Es gibt $6^4 = 1296$ Einstellungen

Dann dauert es 12960 Sekunden = 216 Minuten = 3 h 36 min, um alle Einstellungen einmal durchzutesten.

c) Ein Test ist ein 3-Tupel, auf den ersten Platz kommen zwei leichte, auf den zweiten zwei mittlere und auf den dritten eine schwere Aufgabe

leichte Aufgaben: erste Aufgabe 8 Möglk, zweite Aufg. 7 Möglichk.. Da die Reihenfolge keine Rolle spielt: $\frac{8 \cdot 7}{2!} = 28$

mittlere Aufgaben: Wie leichte Aufg. $\rightarrow \frac{6 \cdot 5}{2!} = 15$

schwere Aufgabe: Eine von 3

Ergibt $28 \cdot 15 \cdot 3 = 1260$ Kombinationsmöglichkeiten

5) Die Möglichkeit, dass alle Klötzchen die gleiche Farbe haben, ist langweilig und wird daher von Ihnen gar nicht erst in Erwägung gezogen.

2 Farben

a) 1 Klötzchen hat eine Farbe, alle anderen die zweite

$n = (n-1) + 1 \qquad n-1 \geq 1 \Leftrightarrow n \geq 2$

Anzahl der Türme: $\frac{n!}{(n-1)!\,1!} = n \leq 25$

Für $2 \leq n \leq 25$ kann man dann die Aufgabe stellen „Du hast einen gelben und $n-1$ blaue Klötzchen. Wie viele verschiedene Türmchen kannst du bauen?"

b) 2 Klötzchen eine, alle anderen die zweite

$n = (n-2) + 2 \qquad n-2 \geq 2 \Leftrightarrow n \geq 4$ (sonst Fall aus a))

Anzahl der Türme: $\frac{n!}{(n-2)!\,2!} = \frac{1}{2} n(n-1) \leq 25$

Gilt für $n \leq 7$

Für $4 \leq n \leq 7$: „Du hast zwei gelbe und $n-2$ grüne..."

c) $n = (n-3) + 3 \qquad n-3 \geq 3 \Leftrightarrow n \geq 6$ (sonst Fall aus a) oder b))

Anzahl der Türme $\frac{n!}{(n-3)!\,3!} = \frac{1}{6} n(n-1)(n-2) \leq 25$

Gilt für $n \leq 6$

Für $n = 6$: „Du hast 3 gelbe und 3 rote Klötzchen..."

Man kann erkennen, dass andere Ansätze für zwei Farben keine Lösungen ergeben werden.

3 Farben

a) Je ein Klötzchen haben eine Farbe, $n-2$ Klötzchen die dritte Farbe $\qquad n-2 \geq 1 \Leftrightarrow n \geq 3 \qquad n = (n-2)+1+1$

Anzahl d. Türme $\frac{n!}{(n-2)!\,1!\,1!} = n(n-1) \leq 25$ Gilt für $n \leq 5$

Für $3 \leq n \leq 5$: „Du hast einen gelben, einen roten und $n-2$ blaue Klötzchen...."

b) $n = (n-3) + 2 + 1 \qquad n-3 \geq 2 \iff n \geq 5$

Anzahl d. Türme $\frac{n!}{(n-3)!\,2!\,1!} = \frac{1}{2}\, n(n-1)(n-2) \leq 25$

~~Keine~~ Gilt für $n \leq 4$

Also gibt es keine Lösung.

4 Farben

$n = (n-3) + 1 + 1 + 1 \qquad n-3 \geq 1 \iff n \geq 4$

Anz. d. Türme $\frac{n!}{(n-3)!\,1!\,1!\,1!} = n(n-1)(n-2) \leq 25$

Gilt für $n \leq 4$

$n = 4$: „Du hast einen gelben, einen blauen, einen roten und einen grünen Klotz. ..."

Zusammenfassung

Farben	Klötzchenkomb.	Zahl der Klötzchen	Anzahl der Türme
2	$(n-1)+1$	$2 \leq n \leq 25$	n
	$2+2$ $3+2$ $4+2$ $5+2$	4 5 6 7	6 10 15 21
	$3+3$	6	20
3	$1+1+1$ $2+1+1$ $3+1+1$	3 4 5	6 12 20
4	$1+1+1+1$	4	24