Reimund Albers, Einführung i.d. Mathematik I, WiSe 04/05

Übung 9, Lösungsskizzen

1. $10110110_2 = 2+4+16+32+128 = 182_{10}$

2er → 8er: man darf 3er-Gruppen von Ziffern zusammenfassen, da $2^3 = 8$

$$\underbrace{010}_{2}\underbrace{110}_{6}\underbrace{110}_{6}{}_2 = 266_8$$

2er → 16er: man darf 4er-Gruppen von Ziffern zusammenf.

$$\underbrace{1011}_{B}\underbrace{0110}_{6}{}_2 = B6_{16}$$

$b=7$

$$\begin{aligned} 182 &= 26\cdot 7 + 0 \\ 26 &= 3\cdot 7 + 5 \\ 3 &= 0\cdot 7 + 3 \end{aligned} \qquad 182_{10} = 350_7$$

$AC_{16} = 10\cdot 16 + 12 = 172_{10}$

$b=2$:

$$\begin{aligned} 172 &= 86\cdot 2 + 0 \\ 86 &= 43\cdot 2 + 0 \\ 43 &= 21\cdot 2 + 1 \\ 21 &= 10\cdot 2 + 1 \\ 10 &= 5\cdot 2 + 0 \\ 5 &= 2\cdot 2 + 1 \\ 2 &= 1\cdot 2 + 0 \\ 1 &= 0\cdot 2 + 1 \end{aligned} \qquad = 10101100_2$$

In 3er-Gruppen zusammenfassen für 8er-System

$$\underbrace{010}_{2}\underbrace{101}_{5}\underbrace{100}_{4}{}_2 = 254_8$$

$b=7$

$$\begin{aligned} 172 &= 24\cdot 7 + 4 \\ 24 &= 3\cdot 7 + 3 \\ 3 &= 0\cdot 7 + 3 \end{aligned} \qquad 172_{10} = 334_7$$

2.

$$\begin{array}{r} 64_7 \\ +\ 52_7 \\ \hline 146_7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23664_8 \\ +\ 13352_8 \\ \hline 37236 \end{array}$$

$$\cancel{\begin{array}{r} \underline{1021_3 \cdot 12_3} \\ 1021 \\ \text{[illegible]}12 \end{array}} \qquad \begin{array}{r} \underline{1021_3 \cdot 12_3} \\ 1021 \\ 2112 \\ \hline 20022_3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{3212_5 \cdot 13_5} \\ 3212 \\ 20141 \\ \hline 102311_5 \end{array}$$

3. a) $53 = b^2 + 2b + 5$

$b^2 + 2b + 1 = 48 + 1$

$(b+1)^2 = 49$

$b+1 = +7$ oder $b+1 = -7$

$\underline{\underline{b = 6}}$ oder $b = -8$

keine sinnv. Lösung

Probe

$1 \cdot 36 + 2 \cdot 6 + 5$

$= 36 + 12 + 5 = 53$

b) $177 = b^3 + 2b^2 + 2$

$b^3 + 2b^2 = 175$ $\quad$ b^3 darf nicht über 175 liegen

$\Rightarrow b \leq 5$

$b^3 \geq 88$, denn sonst passt b^3 2 Mal in 175

$\Rightarrow b \geq 5$ $\quad$ Also $\underline{\underline{b = 5}}$

(Mit Probieren schafft man es auch)

Probe: $1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 2$

$= 125 + 50 + 2 = 177$

LÖSUNGSHINWEISE ZU AUFGABE 27

Stichwörter: –; **Schulstoff:** Teilbarkeit; **Schulstufe:** 5–6

Bei der systematischen Durchforschung der ersten natürlichen Zahlen können die folgenden Entdeckungen gemacht werden: 6 ist die erste solche Zahl und zwar braucht man alle echten Teiler. (Solche Zahlen heißen „vollkommen".) Die nächsten Zahlen sind 12, 18, 20, 24, 28, 30, 36, 40, 48. Unter ihnen ist 28 wieder vollkommen, während in allen anderen Fällen die Summe der echten Teiler größer als die betreffende Zahl ist. Das erlaubt im Allgemeinen verschiedene Darstellungen als Teilersummen.

Weitere mögliche Entdeckungen könnten sein:

- Bei allen Primzahlen und ihren Potenzen ist die Summe der echten Teiler kleiner als die Zahl, ebenso bei allen Primzahlprodukten mit zwei Faktoren außer $2 \cdot 3$.
- Ist eine Zahl als Summe echter Teiler darstellbar, so auch ihr Doppeltes. Denn dann kommt sie selbst als echter Teiler hinzu. (Beispiel: 20, 40.)
- Ungerade Zahlen lassen sich anscheinend nie aus ihren echten Teilern zusammensetzen. (Falsch! Das kleinste Gegenbeispiel ist aber 945.)
- Wenn die Summe aller echten Teiler größer als die Zahl ist, ist stets eine solche Darstellung möglich. (Falsch! Hier ist das kleinste Gegenbeispiel 70.)

Die Aussage von Birgit lässt sich ebenfalls leicht begründen. Wenn sie nämlich nur zwei Teiler brauchte, dann müsste einer von ihnen, da sie nicht gleich sein dürfen, größer als die Hälfte der Zahl sein. Hierauf beruht auch die (negative) Antwort auf die letzte Frage, da die betreffenden Zahlen gerade die Potenzen von 2 sind und somit auch alle ihre Teiler.