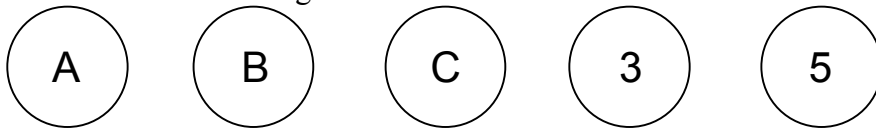


Name: _____

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen **lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar** sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung der Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. Logik

- a) Prüfen Sie mit einer Wahrheitstafel, dass die Aussage A und $B \Rightarrow A$ äquivalent ist zur Aussage $\neg A \Rightarrow (A \Rightarrow \neg B)$. Machen Sie deutlich, woran Sie in der Wahrheitstafel die Äquivalenz erkennen.
- b) Wir betrachten Spielmarken, die auf der einen Seite einen Buchstaben haben und auf der anderen Seite eine Ziffer. Welche der gezeigten Spielmarken müssen Sie umdrehen, um zu testen, ob sie der Regel entsprechen: „Wenn der Buchstabe A oder B ist, dann ist die Ziffer keine 5“. Was muss dann die andere Seite zeigen?



2. Kongruenzrechnung

- a) Wie berechnet man mit einem einfachen Taschenrechner, der maximal 8 Stellen genau anzeigt, die Lösung der Kongruenz: $x \equiv 13^{20} \pmod{32}$ mit $0 \leq x < 31$?
- b) Sie wissen (aufgrund eines mathematischen Satzes), dass $a^{36} \equiv 1 \pmod{37}$ gilt, $a < 37$. Wie berechnen Sie dann möglichst geschickt $x \equiv a^{73} \pmod{37}$ mit $0 \leq x < 36$? Skizzieren Sie kurz einen Lösungsweg.

3. Teilbarkeit

- a) Für welche Zahlen $t \in \mathbb{N}$ muss man die Teilereigenschaft $t|101$ prüfen um nachzuweisen, dass 101 eine Primzahl ist. Geben Sie keine überflüssige Zahl an und lassen Sie keine notwendige Zahl aus.
- b) Berechnen Sie für eine Teilbarkeitsregel für 101 möglichst bequeme Gewichte für die gewichtete Quersumme.
- c) Gegeben ist die Zahl $_x y 3925$ mit den noch unbekanntem Ziffern x und y . Welche Ziffern darf man für x und y einsetzen, damit die Zahl durch 101 teilbar ist?

bitte wenden bitte wenden bitte wenden bitte wenden bitte wenden

4. andere Stellenwertsysteme

Alle Zahlen in dieser Aufgabe sind **ausnahmslos** im Siebener-System geschrieben. Ebenso werden alle Zahlen, die Sie aufschreiben, im Siebener-System interpretiert, es sei denn, Sie vermerken es ausdrücklich anders.

- a) Ergänzen Sie die Lücken in der Multiplikationstabelle
(alle Zahlen im Siebener-System)

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	11	13	
3	0	3	6	12	15		
4	0	4	11	15	22	26	33
5	0	5	13		26		42
6	0	6			33	42	51

- b) (alle Zahlen im Siebener-System) Berechnen Sie schriftlich: $53 \cdot 26$ und $2556 : 4$
c) (alle Zahlen im Siebener-System) Aus den allgemeinen Teilbarkeitsregeln für allgemeine Stellenwertsysteme ergeben sich im Siebener-System konkrete Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 6, 10 und 11. Schreiben Sie sie auf.
d) (alle Zahlen im Siebener-System) Geben Sie eine Zahl zwischen 21000 und 21666 an, die durch 2, 3, 4, 6, 10 und 11 teilbar ist. Erläutern Sie, wie Sie die Zahl gefunden haben.

----- (ab hier gilt wieder das Zehner-System) -----

5. Kombinatorik (war „Aufgabe des Monats“ für Mittelstufenklassen)

Aus den 6 Buchstaben C, E, H, L, S und U werden 6-buchstabile Phantasiewörter gebildet. Es werden also nie ein oder mehrere Buchstaben weggelassen. Diese Wörter werden in eine alphabetisch geordnete Liste geschrieben und durchnummeriert.

- a) Wie viele 6-buchstabile Phantasiewörter stehen in der Liste?
b) Schreiben Sie die ersten 6 Wörter der Liste auf.
c) Wie viele der Wörter fangen mit C an?
d) Wie viele der Wörter fangen mit LU an?
e) An welcher Stelle der Liste steht das Wort LUCHSE ?

6. Vollständige Induktion

- a) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $3 \mid 2^{n+2} - 2^n$
b) Beweisen Sie auf eine andere Weise dieselbe Teilbarkeitsaussage.