Reimund Albers, Arithmetik als Prozess, WiSe 05/06

Übung 1 Lösungsskizzen

Aufg 2 a) $278 \cdot 7 = 1946$ $\quad 194 - 2 \cdot 6 = 182$

$18 - 2 \cdot 2 = 14$

$925 \cdot 7 = 6475$ $\quad 647 - 2 \cdot 5 = 637$

$63 - 2 \cdot 7 = 49$

$876 \cdot 7 = 6132$ $\quad 613 - 2 \cdot 2 = 609$

$60 - 2 \cdot 9 = 42$ $\quad (4 - 2 \cdot 2 = 0)$

$783 \cdot 7 = 5481$ $\quad 548 - 1 \cdot 2 = 546$

$54 - 2 \cdot 6 = 42$

c) $528 \cdot 7 + 2 = 3698$ $\quad 369 - 2 \cdot 8 = 353$

$35 - 2 \cdot 3 = 29$

$246 \cdot 7 + 3 = 1725$ $\quad 172 - 2 \cdot 5 = 162$

$16 - 2 \cdot 2 = 12$

$613 \cdot 7 + 5 = 4296$ $\quad 429 - 2 \cdot 6 = 417$

$41 - 2 \cdot 7 = 27$

Die Rechnung in a) führt auf immer kleinere Zahlen, die durch 7 teilbar sind. Man kann die Rechnung abbrechen, wenn man auf eine Zahl kommt, von der man auswendig weiß, dass sie durch 7 teilbar ist.

Größere Zahlen: $48216 \cdot 7 = 337512$

$33751 - 2 \cdot 2 = 33747$ $\quad 3374 - 2 \cdot 7 = 3360$

Nullen am Ende kann man sofort streichen

$33 - 2 \cdot 6 = 21$

zu c)

Eine nicht durch 7 teilbare Zahl:

$6273 \cdot 7 + 5 = 43916$ $\quad 4391 - 2 \cdot 6 = 4379$

$437 - 2 \cdot 9 = 419$ $\quad 41 - 2 \cdot 9 = 23$ nicht durch 7 teilbar

Die Rechenoperation bedeutet, dass man gerade so oft 21 abzieht, dass eine durch 10 teilbare Zahl entsteht (0 am Ende). Ist die Ausgangszahl durch 7 teilbar, so ist auch die veränderte Zahl durch 7 teilbar, denn das abgezogene Vielfache von 21 ist es auch.

Ist die Ausgangszahl <u>nicht</u> durch 7 teilbar, so sind auch alle Zwischenergebnisse <u>nicht</u> durch 7 teilbar.

3. Argumentativ:

Die Quersumme ist die Einerziffer plus ein Mal die Zehnerziffer. Die zweistellige Zahl ist die Einerziffer plus zehn Mal die Zehnerziffer. Da die Zehnerziffer mindestens 1 ist, ~~d~~ ist die Zahl größer als die Quersumme

Formal: Sei a die Zehner-, b die Einerziffer

Zahl n : $n = 10a + b$ Quersumme q : $q = a + b$

Behauptung: $n > q$

Beweis: Da $a \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ gilt: $10a > a$

$\Rightarrow \quad 10a + b > a + b$

$\Rightarrow \quad n > q$ q.e.d.