



12. Übung Kombinatorik

Präsenzübungen (für Freitag, 23.1.)

- (Nicht alles ist immer so nach 08-15, auch wenn es so aussieht)*
In einer Urne liegen 4 weiße und 3 schwarze Kugeln (sonst gibt es keine weitere Unterscheidung). Sie ziehen aus der Urne nacheinander 4 Kugeln.
Wie viele Möglichkeiten für das Ziehen gibt es?
 - mit Zurücklegen
 - mit Berücksichtigung der Reihenfolge
 - ohne Berücksichtigung der Reihenfolge
 - ohne Zurücklegen
 - mit Berücksichtigung der Reihenfolge
 - ohne Berücksichtigung der Reihenfolge
- Versuchen Sie, die Aufgabe 1 jeweils zu verallgemeinern auf w weiße und s schwarze Kugeln.

Hausübungen (Abgabe: Dienstag, 27.1.)

- In der Vorlesung hatten wir berechnet, dass es $\binom{49}{6}$ verschiedene Tipps gibt.
Die Tabelle zeigt die Daten der letzten Ausspielung von Samstag, den 10.01.09.

Lottoquoten vom Samstag, 10.01.09		
Gewinnklasse		Gewinnquoten
I	6 Richtige und SZ	0 x 3.646.632,60 EUR
II	6 Richtige	6 x 399.122,80 EUR
III	5 Richtige und ZZ	49 x 30.545,10 EUR
IV	5 Richtige	1423 x 2.734,60 EUR
V	4 Richtige und ZZ	4998 x 119,70 EUR
VI	4 Richtige	75772 x 39,50 EUR
VII	3 Richtige und ZZ	125064 x 19,10 EUR
VIII	3 Richtige	1396210 x 9,40 EUR
Alle Angaben ohne Gewähr		

- Berechnen Sie $\binom{49}{6}$ exakt.
- Angenommen, wir hätten den Monstertipp abgegeben, d.h. Lottoscheine, auf denen jeder der $\binom{49}{6}$ möglichen Tipps genau einmal vorkommt. Ein Tipp kostet 0,75 €. Wie viel investieren wir in diesen Monstertipp?
- Berechnen Sie für die Gewinnklassen II bis VIII, wie viele Tipps jeweils in welche Gewinnklasse fallen.

Beispielansatz für Klasse 5, 4 Richtige und ZZ (Zusatzzahl): $\binom{6}{4} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{42}{1}$, denn aus den 6 Gewinnzahlen werden 4 ausgewählt, aus der einen Zusatzzahl eine und aus den 42 „Nieten“ eine.

- d. Berechnen Sie nun, wie viel Geld wir mit dem Monstertipp am letzten Wochenende gewonnen hätten.
- e. Berechnen Sie noch, wie viele unserer Tipps nur zwei Richtige, eine Richtige und gar keine Richtige haben und bilden Sie die Summe mit den Gewinntipps aus c. Alle zusammen sollten die Gesamtzahl der Tipps von $\binom{49}{6}$ ergeben.

4. zur Übersetzung in Strich-Punkt-Folgen beim Ziehen mit Zurücklegen, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge

a. Übersetzen Sie in Strich-Punkt-Folgen

i. $n = 6$, Ziehung 1, 1, 2, 4, 5, 6

ii. $n = 7$, Ziehung 1, 1, 1, 5, 5, 5, 7

b. Übersetzen Sie in „Klartext“

|···||·|

||····|||·|

5. *Mathematik-Olympiade Klasse 9, 3.Runde, 1.Aufgabe (in der Regel die „Ermutigungsaufgabe“)*

Für eine Projektarbeit sollen die 9 Schüler eines Kurses in Gruppen aufgeteilt werden. Dabei sind nur Gruppen zu zwei oder zu drei Schülern zugelassen.

Wie viele Möglichkeiten für die Gruppeneinteilung gibt es, wenn nicht nur berücksichtigt wird, wie viele Schüler in einer Gruppe sind, sondern auch welche?

6. Bei einem Kartenspiel gibt es 60 verschiedene Karten. Jeder der 3 Mitspieler bekommt 6 Karten, die restlichen 42 Karten kommen als Stapel in die Mitte. Bei der Frage, wie viele Kartenverteilungen es gibt, erhalten Sie als Lösung

$$1. \binom{60}{6} \binom{54}{6} \binom{48}{6}$$

$$2. \frac{60!}{6! \cdot 6! \cdot 6! \cdot 42!}$$

$$3. \binom{60}{18} \left[\binom{18}{6} \binom{12}{6} \binom{6}{6} \right]$$

a. Interpretieren Sie die drei Lösungsansätze in ihrem kombinatorischen Grundverständnis. Wie wurde jeweils gedacht?

b. Zeigen Sie durch passende Umformungen, dass alle drei Ergebnisse gleich sind.

7. Übung zur Termumformung

Der „Satz von Stewart“ gibt an, wie man die Länge einer Linie im Dreieck berechnet, wenn alle anderen Seitenlängen (hier also a , b , x und y (und damit auch $c = x+y$)) gegeben sind:

$$xa^2 + yb^2 = c(|CM|^2 + xy) \quad (1)$$

Nun führt man manchmal das Verhältnis

$$\frac{|AM|}{|AB|} = \frac{x}{c} = \phi \quad \text{ein. Mit der neuen Variablen } \phi \text{ ist}$$

$$\text{dann die Aussage des „Satzes von Stewart“ } |CM|^2 = a^2\phi + (b^2 - c^2\phi)(1 - \phi) \quad (2)$$

Führen Sie die Termumformungen von (1) nach (2) aus.

