Arithmetik als Prozess

9. Übung
Andere Basissysteme, Teilbarkeit

Präsenzübungen (für Freitag, 19.12.)

1. Probieren Sie zunächst für n = 5 und n= 6 die Aussage der Summe aus. Zeigen Sie dann die Aussage allgemein mit dem binomischen Lehrsatz.

   a. $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=2^n$ b) $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}=0$ c) $\sum_{k=0}^{n}2^k\binom{n}{k}=3^k$

2. Entwickeln Sie nach dem binomischen Lehrsatz
   $(1+x)^n$ Begründen Sie dann: $x \ll 1$: $(1+x)^n \approx 1+nx$
   Berechnen Sie den relativen Fehler, den man bei der entsprechenden Rechnung bei $1{,}02^4$ macht (Taschenrechner).

Hausübungen (Abgabe: Dienstag, 6.1.2009)

3. Die Forschungsaufgabe für die Weihnachtsferien
   Denken Sie sich eine vierstellige Zahl aus, die durch 9 teilbar ist, z.B 2457 (Quersumme ist 18).
   a. Was ist das Ergebnis von 2457:9 ?
   Wenn man nun Ziffern vertauscht, so ändert sich die Quersumme nicht, also auch nicht die Teilbarkeit durch 9. Wie ändert sich das Ergebnis? Erforschen Sie diesen Prozess.
   b. Wie ändert sich das Ergebnis bei Division durch 9, wenn man in der Ausgangszahl zwei Ziffern miteinander vertauscht?
   Beginnen Sie zunächst mit konkreten Aussagen. (Einerziffer mit Zehnerziffer, ... mit Hunderterziffer, ...) Stellen Sie dann mehr und mehr allgemein beschriebene Regeln auf und versuchen Sie auch, diese zu begründen oder zu beweisen.
   Gehen Sie dann einen Schritt weiter und verallgemeinern Sie die Problematik auf ein allgemeines Stellenwertsystem zur Basis *b* und die Teilbarkeit durch *b*-1. Beginnen Sie hier auch zunächst konkret und werden Sie dann immer allgemeiner.
   Das ist eine offene Aufgabe, Sie bestimmen selbst, wie weit Sie gehen wollen.

4. Die Übung zur Termumformung
   Die Addition von Binomial-Koeffizienten

   Schließen Sie die Lücke ... Das werden mehrere Zeilen sein. Kommentieren Sie die Umformungen.

$$\binom{n}{k-1}+\binom{n}{k}$$

$$=\frac{n!}{(k-1)!\cdot(n-(k-1))!}+\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

$$=\ldots$$

$$=\binom{n+1}{k}$$