Wintersemester 2008/09
Dr.Reimund Albers

Arithmetik als Prozess

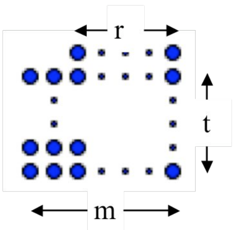
5. Übung
(geometrisches) Beweisen, Kongruenzrechnung

Präsenzübungen (für 21.11.)

1. Punktemuster

Dieses Punktemuster stellt dar, dass $14 = 3 \cdot 4 + 2$

Dieses Punktemuster stellt allgemein eine Zahl dar, die beim Teilen durch 3 den Rest 1 lässt.



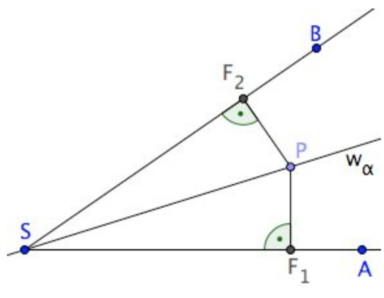
Dieses Punktemuster stellt eine Zahl dar, die beim Teilen durch m den Rest r lässt.

Erläutern Sie über Punktemuster die Äquivalenz:
$a \equiv b \bmod m \Leftrightarrow a - b = t \cdot m$

2. Berechnen Sie mit Ihrem Taschenrechner k und r ($r < 38429$) für
$4839267 = k \cdot 38429 + r$.

Hausübungen (Abgabe: Dienstag, 25.11.)

3. Beweisen Sie mit Kongruenzsätzen:
Ein Punkt der Winkelhalbierenden eines gegebenen Winkels hat von den Schenkeln des Winkels den gleichen Abstand.
Kurz und formal mit Bezug auf die rechts stehende Zeichnung, in der w_α die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle ASB$ ist:
$P \in w_\alpha \Leftrightarrow |PF_1| = |PF_2|$



4. Zeitrechnung
   a. Es ist der 16. November, 16 Uhr. Welches Datum und Uhrzeit hat man nach 1000 Stunden.
   b. Es ist der 16. November 2007. Welches Datum hat man nach 1000 Tagen?

5. Sie kennen die Summenformel $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ (1). Diese dürfen Sie als gegeben verwenden. Wir betrachten nun:

   Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^{2n} k = 3\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n-1} k$ (2)

   a. Rechnen Sie die gegebene Formel (2) konkret durch für $n = 42$.
   b. Beweisen Sie die Formel (2), indem Sie die gegebene Summenformel (1) verwenden.
   c. Beweisen Sie die Formel (2) mit vollständiger Induktion.

6. (*Ab jetzt die ständige Rubrik zur Übung*) Die Übung zur Termumformung:

   Gegeben ist der Term $y = \frac{1}{2}x^3 - 2x$. Setzen Sie $x = \frac{u}{2} - 3$ ein und berechnen Sie y als Polynom von u in ausmultiplizierter, geordneter Form.