Wintersemester 2008/09
Dr.Reimund Albers

Arithmetik als Prozess

4. Übung
Logik, vollständige Induktion, (geometrisches) Beweisen

Präsenzübungen (für 14.11.)

1. Verneinen Sie die nachfolgenden Aussagen
   a. Alle Menschen in diesem Hörsaal studieren Mathematik.
   b. Eine von meinen Tulpenzwiebeln ist nicht aufgegangen.
   c. Alle Schüler der Klasse 8a sind in Mathe oder Englisch gut.

2. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

   Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

Hausübungen (Abgabe: Dienstag, 18.11.)

3.
   a. Zeigen Sie die für Beweise wichtige Äquivalenz:
   $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \text{ und } (B \Rightarrow A))$
   b. Erläutern Sie auf der Grundlage von a. die Äquivalenz:
   $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \text{ und } (\neg A \Rightarrow \neg B))$

4. Beweisen Sie die Summenformeln durch vollständige Induktion für alle $n \in \mathbb{N}_0$:

   Für $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ gilt $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$
   Was ergibt sich für den Sonderfall $q = 1$?

5. Beim Beweis des Basiswinkelsatzes (Satz 1 laut Vorlesung) hatten wir die Hilfslinie als Lot von C auf AB definiert.
   a. Schreiben Sie den Beweis des Basiswinkelsatzes auf, wenn die Strecke $\overline{CD}$ die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle ACB$ ist.
   b. Schreiben Sie den Beweis des Basiswinkelsatzes auf, D die Mitte von $\overline{AB}$ ist.