

Dr. Reimund Albers, Arithmetik als Prozess, WiSe 08/09
4. Übung, Lösungsskizzen

1. a) Es gibt in diesem Hörsaal einen Menschen, der nicht Mathematik studiert.
- b) Alle meine Tulpenzwiebeln sind aufgegangen.
- c) Ein Schüler der Klasse 8a ist in Mathe und in Englisch nicht gut.
(auch) ... ist weder in Mathe noch in Englisch gut.

2. (wesentliche Umformung)

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k(k+1)} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \\ &\quad \text{Ind. voraus.} \\ &= \frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+2) + 1}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{n^2 + 2n + 1}{(n+1)(n+2)} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2} \end{aligned}$$

HAUSÜBUNGEN

3a)

A	B	$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \text{ und } (B \Rightarrow A))$				
w	w	w	w	w	w	w
w	f	f	w	f	f	w
f	w	f	w	w	f	f
f	f	w	w	w	w	w
		1.	5.	2.	4.	3.

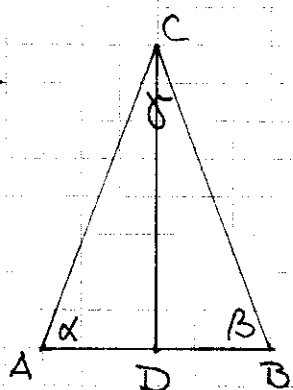
- b) Die Implikation $\neg A \Rightarrow \neg B$ ist die Kontraposition zu $B \Rightarrow A$ und damit eine äquivalente Aussage. Ersetzt man daher $B \Rightarrow A$ durch $\neg A \Rightarrow \neg B$, so ist die Aussage logisch äquivalent.

4. (wesentliche Umformung)

$$\sum_{k=0}^{n+1} q^k = \sum_{k=0}^n q^k + q^{n+1}$$

$$\begin{aligned} & \text{ind. Vorauss.} \\ &= \frac{1-q^{n+1}}{1-q} + q^{n+1} = \frac{1-q^{n+1} + (1-q)q^{n+1}}{1-q} \\ &= \frac{1-\cancel{q^{n+1}} + \cancel{q^{n+1}} - q^{n+2}}{1-q} = \frac{1-q^{n+2}}{1-q} \quad \square \end{aligned}$$

5.



Basiswinkelsatz

$$|CA| = |CB| \Leftrightarrow \alpha = \beta$$

a) Die Hilfslinie CD ist die Winkelhalbierende des Winkels γ

Beweis:

" $\Rightarrow$ "

$$\triangle ADC \quad \triangle BDC$$

$$|CA| = |CB| \text{ laut Vorauss.}$$

$$|CD| = |CD| \text{ Tautologie}$$

$$|\sphericalangle ACD| = |\sphericalangle DCB| = \frac{\gamma}{2} \text{ Konstruktion der Hilfslinie}$$

$$\triangle ADC \cong \triangle BDC \text{ nach SWS}$$

Also sind auch die beiden entsprechenden Winkel α und β gleich groß.

" $\Leftarrow$ "

$$\triangle ADC \quad \triangle BDC$$

$$\alpha = \beta \text{ laut Vorauss.}$$

$$|CD| = |CD| \text{ Tautologie}$$

$$|\sphericalangle ACD| = |\sphericalangle DCB| = \frac{\gamma}{2} \text{ Konstruktion d. Hilfslinie}$$

$$\triangle ADC \cong \triangle BDC \text{ nach WSW}$$

Also sind auch die beiden entsprechenden Strecken

→

$\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ gleich lang.

3

b) Die Hilfslinie CD ist die Verbindung von C mit dem Mittelpunkt D von $\overline{AB}$.

Beweis: „ $\Rightarrow$ “

$$\triangle ADC \quad \triangle BDC$$

$$|CA| = |CB| \text{ laut Vorauss.}$$

$$|CD| = |CD| \text{ Tautologie}$$

$$\underline{|AD| = |DB|} \text{ da } D \text{ Mitte von } \overline{AB}$$

$$\triangle ADC \cong \triangle BDC \text{ nach SSS}$$

$$\text{Also } \alpha = \beta \quad \square$$

$$\Leftarrow \triangle ADC \quad \triangle BDC$$

$$\alpha = \beta \text{ laut Vorauss.}$$

$$|CD| = |CD| \text{ Tautologie}$$

$$|AD| = |DB| \text{ da } D \text{ Mitte von } \overline{AB}$$

Dieser Beweis lässt sich nicht führen, da α bzw β nicht notwendigerweise der längeren Seite (nämlich $\overline{CD}$) gegenüber liegen muss.