



## 11. Übung Kombinatorik

### Präsenzübungen (22./23./24. Januar)

1. *(Nicht alles ist immer so nach 08-15, auch wenn es so aussieht)*  
In einer Urne liegen 4 weiße und 3 schwarze Kugeln (sonst gibt es keine weitere Unterscheidung). Sie ziehen aus der Urne nacheinander 4 Kugeln.  
Wie viele Möglichkeiten für das Ziehen gibt es?
  - a. mit Zurücklegen
    - i. mit Berücksichtigung der Reihenfolge
    - ii. ohne Berücksichtigung der Reihenfolge
  - b. ohne Zurücklegen
    - i. mit Berücksichtigung der Reihenfolge
    - ii. ohne Berücksichtigung der Reihenfolge
  
2. Bernd lauscht außerhalb des Raumes einem Fest. Als alle anstoßen, zählt er die Anzahl der „Kling“ mit und kommt auf 25.
  - a. Warum muss er sich verzählt haben?
  - b. Angenommen er hat zu wenig gezählt. Was ist dann die untere Grenze für die Anzahl der Leute, die an dem Fest teilnehmen?

### Hausübungen (Abgabe: Do, 25.1.07)

3.

#### Lottoquoten

Lottoquoten der Ziehung vom Samstag, den 13.01.07

Der Spieleinsatz belief sich auf: **61.867.682,25 EUR**

| Kl. | Anzahl Richtige           |          | Gewinntabelle    |
|-----|---------------------------|----------|------------------|
| 1   | 6 Richtige und Superzahl  | 0x       | 4.364.067,70 EUR |
| 2   | 6 Richtige                | 10x      | 247.470,70 EUR   |
| 3   | 5 Richtige und Zusatzzahl | 41x      | 37.724,10 EUR    |
| 4   | 5 Richtige                | 1444x    | 2.784,90 EUR     |
| 5   | 4 Richtige und Zusatzzahl | 4199x    | 147,30 EUR       |
| 6   | 4 Richtige                | 71240x   | 43,40 EUR        |
| 7   | 3 Richtige und Zusatzzahl | 109588x  | 22,50 EUR        |
| 8   | 3 Richtige                | 1275911x | 10,60 EUR        |

In der Vorlesung hatten wir berechnet, dass es  $\binom{49}{6}$  verschiedene Tipps gibt. Die

Tabelle zeigt die Daten der letzten Ausspielung von Samstag, den 13.01.07.

- a. Berechnen Sie  $\binom{49}{6}$  exakt.
- b. Angenommen, wir hätten den Monstertipp abgegeben, d.h. Lottoscheine, auf denen jeder der  $\binom{49}{6}$  möglichen Tipps genau einmal vorkommt. Ein Tipp kostet 0,75 €. Wie viel investieren wir in diesen Monstertipp?
- c. Berechnen Sie für die Gewinnklassen 2 bis 8, wie viele Tipps jeweils in welche Gewinnklasse fallen.

Beispielansatz für Klasse 5, 4 Richtige mit Zusatzzahl:  $\binom{6}{4} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{42}{1}$ , denn aus den 6 Gewinnzahlen werden 4 ausgewählt, aus der einen Zusatzzahl eine und aus den 42 „Nieten“ eine.

Berechnen Sie nun, wie viel Geld wir mit dem Monstertipp am letzten Wochenende gewonnen hätten.

- d. Berechnen Sie noch, wie viele unserer Tipps nur zwei Richtige, eine Richtige und gar keine Richtige haben und bilden Sie die Summe mit den Gewinn Tipps aus c. Alle zusammen sollten die Gesamtzahl der Tipps von  $\binom{49}{6}$  ergeben.

4. Ein Lösungsansatz zur letzten Aufgabe 4 ‚3 Kontrolleure sollen 9 verschiedene Teile kontrollieren, jeder 3. ...‘ war: Aus 9 Teilen bilden wir alle 3-er-Mengen, das sind  $\binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 84$ . Für jeden der Kontrolleure wird eine 3-er-Menge gezogen, das geht auf  $84 \cdot 83 \cdot 82$  Arten, denn das Ziehen geschieht ohne Wiederholung mit Berücksichtigung der Reihenfolge.
- a. Erläutern Sie möglichst genau, wieso hier falsch gezählt wurde.
- b. Modifizieren Sie diesen Ansatz so, dass er zum richtigen Ergebnis führt.

5. zur Übersetzung in Strich-Punkt-Folgen
- a. Übersetzen Sie in Strich-Punkt-Folgen  
 $n = 7$ , Ziehung 1, 1, 4, 4, 5, 6, 7, 7  
 $n = 6$ , Ziehung 1, 1, 1, 5, 5, 5, 5
- b. Übersetzen Sie in „Klartext“

||··||·||  
 |||····||·|

6. Bahnkarten in Budapest  
 Die abgebildeten Bahn- und Metrokarten stammen aus Budapest. Die linke Karte wurde nach dem alten Verfahren entwertet. Hierbei werden bei der Entwertung zwei, drei oder vier Löcher in die Karte gestanzt. Das Stanzmuster eines Automaten ändert sich erst am nächsten Tag. Auf der rechten Karte befindet sich gemäß der neuen Entwertungsmethode ein Stempel, der das Datum und die Uhrzeit enthält.



Zu dieser Änderung ist es gekommen, da der ungarische Mathematiker Ödön Vancso die Verwaltung des örtlichen Nahverkehrs darauf hingewiesen hat, dass man gestanzte Karten doch auch sammeln könne. Verfügt man über alle möglichen Stanzmuster, so legt man nur einen Streifen Papier in den Stanzautomat und sucht in der Sammlung anschließend die passende bereits vorgestanzte Karte.

- a. Wie viele solcher Karten müsste man sammeln, um alle möglichen Stanzmuster zu besitzen?
- b. Passen alle Karten schätzungsweise in eine Aktentasche?
- c. Wie lange dauert es, seine Kartensammlung vollständig zu durchsuchen, wenn man mit einer Karte 2 Sekunden beschäftigt ist?

### Extraaufgabe

*Mathematik-Olympiade Aufgabe 450931, also Klasse 9, 3.Runde, 1.Aufgabe (in der Regel die „Ermutigungsaufgabe“)*

Für eine Projektarbeit sollen die 9 Schüler eines Kurses in Gruppen aufgeteilt werden. Dabei sind nur Gruppen zu zwei oder zu drei Schülern zugelassen.

Wie viele Möglichkeiten für die Gruppeneinteilung gibt es, wenn nicht nur berücksichtigt wird, wie viele Schüler in einer Gruppe sind, sondern auch welche?