

9. Übung

Linearkombinationen, Trapezzahl

Präsenzübungen (8./9./10. Januar)

1. Linearkombinationen von Zahlen

...
...-07	00	07	14	21	28
... -04	03	10	17	24	31
... -01	06	13	20	27	34
... 02	09	16	23	30	37
...

Das Zahlenschema wird in alle Richtungen fortgesetzt.

- Erläutern Sie das Bauprinzip dieses Schemas.
- Die fett dargestellte Zeile ist die 0. Zeile. Wieso ist diese Bezeichnung sinnvoll?
- Die fett dargestellte schräge Spalte ist die 0. Spalte. Wieso ist diese Bezeichnung sinnvoll?
- Welche Zahl steht in der 6. Zeile und 8. Spalte?
- Beschreiben Sie, wie Sie sich in diesem System bewegen müssen, um von der fetten 07 zu einer weiteren 07 zu laufen.
- Begründen Sie, dass jede ganze Zahl in diesem System unendlich oft auftaucht.
- Wie gelangen Sie mit möglichst wenigen Schritten (waagrecht oder schräg in den Spalten um je eine Position) von der fetten 00 zu einer 100?

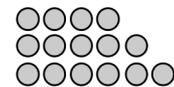
Hausübungen (Abgabe: Do, 11.1.07)

2. (offene Forschungsaufgabe)

Definition: Eine natürliche Zahl heißt Trapezzahl, wenn sie als Summe von mindestens zwei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen dargestellt werden kann.

Beispiel: 15 ist eine Trapezzahl, denn $15 = 4 + 5 + 6$

Erläuterung des Wortes: Stellt man die Summe als Punktmuster dar, so erhält man ein Trapez.



(Analog zur Bezeichnung „Dreieckszahl“)

Beachten Sie: Es müssen wenigstens zwei Summanden sein, das Trapez hat also eine Höhe von wenigstens zwei Reihen. Ist die oberste Reihe (kleinster Summand) 1, so handelt es sich (auch) um eine Dreieckszahl.

Aufgabe: Erforschen Sie die Trapezzahlen.

Anregungen (für die Richtung der Forschung)

- Stellen Sie die Zahlen von 1 bis 20 (mehr) so weit es geht als Trapezzahl dar.
- Stellen Sie ungerade Zahlen als Trapezzahl dar.
- Stellen Sie die durch 3, 4, 5, ... teilbaren Zahlen als Trapezzahl dar.
- Welche Teilbarkeitseigenschaft haben Zahlen aus 2, 3, 4, ... Summanden?

- e. Gibt es Zahlen, die sich überhaupt nicht als Trapezzahl darstellen lassen?

Extraaufgabe

Aufgabe zur Begrüßung des neuen Jahres

Wie groß ist die Summe aller Quersummen der Zahlen von 1 bis 2007?

(Das Ergebnis auszurechnen ist eine Fleißaufgabe, die man mit genug Zeit immer schaffen kann. Gefragt sind hier möglichst pfiffige Lösungswege. Also letztlich auch eine offene Aufgabe.)