7. Übung
Teilbarkeitsregeln in anderen Stellenwertsystemen

Präsenzübungen (11./12./13. Dez.)

1. Sie kennen bereits die folgende „Forschungsaufgabe":
   Denke dir drei Ziffern. Bilde daraus die größte und die kleinste Zahl. Ziehe von der größten die kleinste Zahl ab. Das Ergebnis ist wieder eine dreistellige Zahl, also gibt es wieder drei Ziffern, mit denen du den Vorgang wiederholen kannst. Wann kann man mit der Wiederholung aufhören?
   a. Wiederholen Sie kurz diese Aufgabe (im normalen 10er-System).
   b. Führen Sie die Aufgabe im Stellenwertsystem b=7 und b=8 durch.
   c. Formulieren Sie Vermutungen über Gesetzmäßigkeiten.
   d. Prüfen Sie diese Gesetzmäßigkeiten an weiteren Beispielen.
   e. (extra) Formulieren Sie eine Gesetzmäßigkeit aus c), die für alle $b \in \mathbb{N}$, $b \geq 2$ gilt, mathematisch exakt in einem Satz und beweisen Sie ihn.

Hausübungen (Abgabe: Do, 14.12.06)

2. Vergleichen Sie die beiden angegebenen Zahlen. Sie können dabei immer auf die Umrechnung in ein anderes Basissystem verzichten, es gibt immer eine geschicktere Argumentation. Formulieren Sie für a) und b) allgemeine Regeln.
   a) 12345_{18} $DFC9_{18}$ b) 121212_7 121212_8 c) $BA5_{12}$ $AC84_{16}$ d) 122122_3 122_9.

3. Bei den Simpsons ist das 8er-System geläufig, da sie nur 4 Finger an jeder Hand haben. Welche gängigen Teilbarkeitsregeln werden in der Grundschule von Springfield gelehrt in der Art: „Eine Zahl ist durch ... teilbar, wenn ihre (alternierende) Quersumme durch ... teilbar ist" oder „..., wenn die Zahl aus den letzten ... Ziffern durch ... teilbar ist"? Gehen Sie die Zahlen von 2 bis $9 = 11_8$ lückenlos durch und vermerken Sie auch, wenn es keine griffige Teilbarkeitsregel gibt. Gibt es für Zahlen über $9 = 11_8$ noch einfache Teilbarkeitsregeln?

4. Finden Sie durch geschicktes Probieren eine Lösung für $401_c = 2300_b$. Stellen Sie den Lösungsweg nachvollziehbar dar.

5. In welchen Stellenwertsystemen zur Basis b ist 12331_b
   a. durch b–1 teilbar?
   b. durch b teilbar?
   c. durch b+1 teilbar?
   d. Begründen Sie jeweils Ihre Lösung. Wenn es endlich viele Lösungen für b gibt, probieren Sie diese <u>alle</u> durch. Wenn es unendlich viele Lösungen für b gibt, prüfen Sie zwei Beispiele

6. Wiederholung Logik
   Alle Spielmarken haben auf der einen Seite einen Buchstaben, auf der anderen Seite eine Zahl. „Wenn auf der einen Seite „A“ oder „B“ ist, dann steht auf der anderen Seite eine gerade Zahl“.

   A C 2 1 B

   Welche der Spielmarken muss man umdrehen, um die oben stehende Regel zu überprüfen? Was muss dann auf der anderen Seite stehen? Weshalb muss man die anderen Spielmarken nicht umdrehen?

Extraaufgabe

Einmal keine Aufgabe der Matheolympiade

Ein Zauberkartenspiel enthält folgende 6 Karten

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63

16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

Die Anleitung dazu lautet: „Fordere einen Mitspieler auf, sich eine Zahl zwischen 0 und 63 zu merken. Zeig ihm dann in beliebiger Reihenfolge die sechs Karten. Frage ihn, ob die Zahl auf der jeweiligen Karte abgedruckt ist. Falls ja, addiere im Kopf die jeweils obere linke Zahl. Nach dem Zeigen aller sechs Karten ist diese Summe immer genau die gesuchte Zahl.“

Aufgabe: Erläutern Sie den Trick