Wintersemester 2006/07
Reimund Albers

6. Übung
Teilbarkeitsregeln, Stellenwertsysteme

Präsenzübungen (4./5./6. Dez.)

1. Wandeln Sie in die anderen Stellenwertsysteme um:

10er	2er	7er	8er	16er
	10110110			
				AC

2. Berechnen Sie folgenden Aufgaben im angegebenen System:
   a. Schreiben Sie für das Fünfersystem eine Multiplikationstabelle für das „kleine" Einmaleins auf.
   b. Berechnen Sie $3212_5 \cdot 13_5$
   c. Machen Sie die Probe, indem Sie die Zahlen in das Zehnersystem verwandeln und neu berechnen.
   d. Berechnen Sie $41311_5 : 3_5$ und $20143_5 : 4_5$
   e. Machen Sie auch hier die Probe über das Zehnersystem.

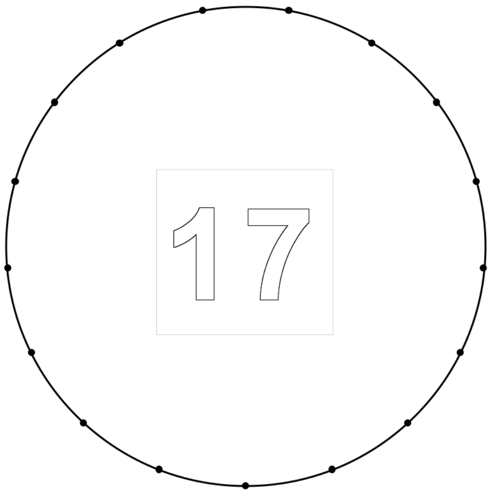
   Anmerkung: Jedes Nachschauen in der Tabelle aus a. soll letztlich durch das auswendig gelernte kleine Einmaleins überflüssig sein. Machen Sie sich klar, wie oft Sie dieses Nachschauen benötigt haben und wie wichtig die sichere Beherrschung des kleinen Einmaleins ist.

Hausübungen (Abgabe: Do, 7.12.06)

3. ACHTUNG! Umkehraufgabe!
   Bestimmen Sie jeweils die Basis b: a) $53_{10} = 125_b$ b) $177_{10} = 1202_b$.

4. Teilbarkeitsregel für 17
   a. Bestimmen Sie die Gewichtszahlen für die gewichtete Quersumme für eine Teilbarkeitsregel für 17. Rechen Sie so weit, bis Sie eine Periodizität erkennen können.

b.



Beschriften Sie das Diagramm wie üblich mit der Null unten und 1,2,.. gegen den Uhrzeigersinn. Schreiben Sie von der 0 im Uhrzeigersinn die Zahlen -1, -2, ... auf, so dass dann alle Reste, die auch als Gewichtszahl genommen werden, sinnvoll im Diagramm stehen.

Zeichnen Sie das Diagramm für den Faktor 10 auf. Was hat dieses Diagramm mit dem Aufgabenteil a. zu tun. Wie können Sie hier eine Probe zu a. machen?

c. Zeigen Sie mit der Teilbarkeitsregel über die gewichtete Quersumme, dass die Zahlen 72 862, 185 555 und 16 681 352 durch 17 teilbar sind.

d. Welche Ziffer muss für x gesetzt werden, damit 101010x0101 durch 17 teilbar ist?

e. Eine Zahlenspielerei: Denke dir zwei Ziffern von 0 bis 4 und schreibe Sie nebeneinander, z.B. 13. Schreibe daneben die jeweils doppelt so großen Ziffern, also im Beispiel 1326.
   i. Begründen Sie, dass die so entstandene vierstellige Zahl immer durch 17 teilbar ist.
   ii. Teilt man die vierstellige Zahl durch 17, so erhält man das 6-fache der zweistelligen Zahl, die man sich zuerst ausgedacht hat. Im Beispiel: **13**26:17 = 78 und 78 = 6·**13** Begründung?

f. Eine andere Teilbarkeitsregel für 17 sagt, dass man die letzte Ziffer streicht und von der verbliebenen Zahl das Fünffache der gerade gestrichenen Ziffer abzieht. Beispiel: $12345 \rightarrow 1234 - 25 = 1209$
Das wiederholt man, bis man auf eine Zahl kommt, die man leicht auf Teilbarkeit durch 17 prüfen kann. Genau dann wenn die Zahl durch 17 teilbar, ist es auch die Ausgangszahl.
Zeigen mit dieser Regel, dass die drei in c genannten Zahlen durch 17 teilbar sind.
Begründen Sie diese Teilbarkeitsregel.

Extraaufgabe
Gerade gelaufene 46. Matheolympiade, Schulrunde, Klasse 9/10:
a) Zeigen Sie, dass $1 \cdot 15 + 1$, $11 \cdot 105 + 1$ und $111 \cdot 1005 + 1$ Quadratzahlen sind.
b) Es sei n eine natürliche Zahl mit $n > 0$. Des Weiteren seien $a = 11\ldots1$ die Zahl, deren Ziffernfolge aus n Einsen besteht, und $b = 10\ldots05$ die Zahl, deren Ziffernfolge aus einer Eins, $n - 1$ Nullen und einer Fünf besteht.
Beweisen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen $a \cdot b + 1$ eine Quadratzahl ist.