



2. Übung Logik

Präsenzübungen (für 6./7./8.11.)

1. Ein mathematisch gebildeter Mensch kritisiert, dass der Satz
„Die Lösungen von $x^2 - x - 2 = 0$ sind $x = -1$ und $x = 2$ “
falsch sei.
Was spricht für seine Auffassung? Was spricht dagegen?
2. Alle Spielmarken haben auf der einen Seite einen Buchstaben, auf der anderen Seite eine Zahl. „Wenn auf der einen Seite ein Konsonant ist, dann steht auf der anderen Seite eine gerade Zahl“.



Welche der vier Spielmarken muss man umdrehen, um die oben stehende Regel zu überprüfen? Was muss dann auf der anderen Seite stehen? Weshalb muss man die anderen Spielmarken nicht umdrehen?

3. Eine Aussage A heißt für eine andere Aussage B hinreichend, wenn gilt: $A \Rightarrow B$
Eine Aussage A heißt für eine andere Aussage B notwendig, wenn gilt: $\neg A \Rightarrow \neg B$
 - a. Beurteilen Sie für die nachfolgenden Aussagenpaare
 - ob A hinreichend für B ist
 - ob A notwendig für B ist oder
 - ob A hinreichend und notwendig für B istund erläutern Sie kurz Ihre Beurteilung.
 - i) A : n ist durch 10 teilbar B : n ist gerade
 - ii) A : Gerade g ist parallel zu h B : Gerade h ist parallel zu g
 - iii) A : Ich habe 50% in den Übungsaufgaben.
 B : Ich bestehe die Klausur in Mathe am Ende dieses Semesters.
 - iv) A : Ich bestehe die Klausur B : Ich bin für das 2. Semester zugelassen
 - v) A : n lässt beim Teilen durch 8 einen Rest von 4
 B : n ist durch 4 teilbar
 - vi) in Aufgabe 2
 - A : Auf einer Seite steht ein Vokal.
 - B : Auf einer Seite steht eine ungerade Zahl.
 - b. Geben Sie je ein umgangssprachliches Beispiel für Aussagen A und B an, so dass
 - i. A hinreichend für B ist
 - ii. A notwendig für B ist.

Hausübungen (Abgabe: Do, 9.11.)

4. Bilden Sie zu den nachfolgenden Implikationen einmal die „nicht-oder“-Form und dann die Kontraposition. Bilden Sie dann die Verneinung. Schreiben Sie kurz eine Bemerkung, wenn diese Konstruktionen keinen wirklichen Sinn ergeben.
 - a. „Wenn du dich beeilst, dann bekommst du noch den Zug.“
 - b. Wenn n durch 6 teilbar ist, dann ist n gerade.
 - c. „Wenn heute Nachmittag die Sonne scheint, dann bin ich im Schwimmbad.“
 - d. „Wenn Sie über 25 sind und einen gültigen Führerschein haben, dann können Sie dieses Auto mieten.“

5. Der Verkäufer verspricht Ihnen: „Bei dieser Autopolitur müssen Sie sich weder anstrengen noch viel Geld ausgeben.“ In diesem Satz ist A: man muss sich anstrengen und B: man muss viel Geld ausgeben.
 - a. Entwickeln Sie mit diesem Beispiel die Wahrheitstafel für die (nicht formalisierte) „weder-noch“-Verknüpfung.
 - b. Zu welcher der von uns behandelten Junktoren ist die „weder-noch“-Verknüpfung das Gegenteil?

6.
 - a. Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel die Äquivalenz von $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$ und $(\neg A \Rightarrow C)$ und $(B \Rightarrow C)$
 - b. Kommentieren Sie die äquivalenten Umformungen
$$(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$$
$$\Leftrightarrow (\neg A \text{ oder } B) \Rightarrow C$$
$$\Leftrightarrow \neg(\neg A \text{ oder } B) \text{ oder } C$$
$$\Leftrightarrow (A \text{ und } \neg B) \text{ oder } C$$
$$\Leftrightarrow (A \text{ oder } C) \text{ und } (\neg B \text{ oder } C)$$
$$\Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow C) \text{ und } (B \Rightarrow C)$$

7. Logik in Volksliedern
„Mein Hut der hat drei Ecken, drei Ecken hat mein Hut,
und hät' er nicht drei Ecken, so wärs auch nicht mein Hut!“
In die erste Zeile interpretieren wir mal die Implikation: „Wenn ein Hut mein Hut ist, dann hat er drei Ecken.“
Was ist dann die zweite Zeile?
- Die Verneinung der ersten? - Äquivalent zur ersten? - Eine vollkommen neue Information? - Die Kontraposition zur ersten?
Schreiben Sie einen kurzen Kommentar.

Extraaufgabe (Bitte auf einem getrennten Blatt aufschreiben und getrennt abgeben)

Aufgabe der Mathematik-Olympiade, Landesrunde, 6. Klasse

Rubin, Sarah, Omar und Viola malen im Kunstunterricht eine Wand mit gelber Farbe an.

Plötzlich wird der Farbeimer (von einem der vier) umgestoßen und die Farbe breitet sich im ganzen Kunstraum aus. Wer war es nun?

(1) Rubin sagt: „Sarah hat die Farbe verschüttet. Ich war es nicht!“

(2) Daraufhin sagt Sarah: „Omar hat es getan; Rubin war es wirklich nicht.“

(3) Omar meint: „Sarah war es nicht; ich habe die Farbe umgestoßen.“

(4) Viola sagt: „Omar war es nicht, aber Rubin hat die Farbe umgekippt.“

Bei jedem Schüler ist eine der Aussagen wahr und eine falsch. Wer war es denn nun?