

Übung 2, Lösungsskizzen

1. In der Umgangssprache wird die Aufzählung mehrerer Möglichkeiten mit „und“ dargestellt. In dieser Bedeutung ist der Satz „... $x = -1$ und $x = 2$ “ richtig und sinnvoll.
- Im mathematisch-logischen Sinn hat „und“ die Bedeutung von „und gleichzeitig“.
- In dieser Bedeutung ist „... $x = -1$ und $x = 2$ “ natürlich unsinn, denn x kann nicht gleichzeitig zwei verschiedene Werte annehmen.
- Bei einer Betonung der logischen Verknüpfung muss dort „... $x = -1$ oder $x = 2$ “ stehen.
- In der umgangssprachlichen Beurteilung klingt das aber „schräg“.

2. Die Bedingung muss man direkt prüfen, also die Marke mit dem (K) umdrehen. Die andere Seite muss eine gerade Zahl zeigen.
- Kontraposition: $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$
- „Wenn auf der einen Seite eine ungerade Zahl steht, dann steht auf der anderen Seite ein Vokal“
- Also muss auch die (5) umgedreht werden und auf der anderen Seite einen Vokal haben.

3a) i) A ist hinreichend für B

2
Denn wenn eine Zahl durch 10 teilbar ist, so ist sie auch gerade

ii) A ist hinreichend und notwendig für B

Denn wenn g zu h parallel ist, so auch umgekehrt. Und ist g nicht zu h parallel, so ist es auch nicht h zu g .

iii) A ist notwendig für B

Man muss 50% der Punkte in den Übungsaufgaben haben um überhaupt zur Klausur zugelassen zu werden.

iv) A ist hinreichend und notwendig für B

Denn ist die Klausur im 1. Semester bestanden, so hat man die Zulassung zum 2. Semester.

Hat man die Klausur (inkl. Nachprüfungen) nicht bestanden, so erhält man auch keine Zulassung zum 2. Semester

v) A ist hinreichend für B

A bedeutet $n = 8k + 4$, $n, k \in \mathbb{N}_0$
 $= 4(2k+1)$ also ist n durch 4 teilbar

Die Umkehrung gilt nicht, ~~A~~ A ist nicht notwendig für B

vi) A ist notwendig für B

$\neg A$ heißt: Auf ~~der~~ einer Seite steht ein Konsonant

$\neg B$ heißt: Auf einer Seite steht gerade Zahl

Aufgabe 2 ~~ist~~ sagt: $\neg A \Rightarrow \neg B$

b) Wenn jemand aus ganzem Herzen sagt: „Nun reicht's aber“ dann ist etwas hinreichend für etwas anderes. Z.B. Ist häufiges, verspätetes Erscheinen hinreichend für ein ernstes Gespräch mit den Eltern

In der Schule ist eine gute Leistung notwendig für eine Belobigung (in irgend einer Form).

3

HAUSÜBUNGEN

4a) „nicht-oder“ Beeil dich nicht (oder) sonst bekommst du noch den Zug“. (klingt eher ironisch)

Kontrapos: Wenn du den Zug nicht bekommen hast, dann hast du dich auch nicht beeilt.

Verneinung: Ich habe mich beeilt und (trotzdem) nicht den Zug bekommen.

b) „nicht-oder“ Eine Zahl ist nicht durch 6 teilbar oder sie ist gerade. (?? sehr seltsam, unverständlich)

Kontrapos.: Wenn eine Zahl nicht durch 2 teilbar ist, dann ist sie (auch) nicht durch 6 teilbar.

Verneinung: Eine Zahl ist durch 6 teilbar und (trotzdem) nicht durch 2 teilbar. (Da ist in der Tat für keine Zahl wahr.)

c) „nicht-oder“: Heute nachmittag scheint die Sonne nicht oder ich bin im Schwimmbad. (Naja)

Kontrapos: ^{Wenn} ich ~~wenn~~ nicht im Schwimmbad bin dann scheint (auch) nicht die Sonne.

Verneinung: Die Sonne scheint und ich bin (trotzdem) nicht im Schwimmbad.

d) „nicht-oder“: Sie ~~haben~~ sind unter 25 oder haben keinen gültigen Führerschein oder können das Auto mieten. (Würde ich nicht verstehen)

Kontrapos.: Wenn ich das Auto nicht bekomme dann war ich unter 25 oder hatte keinen gültigen Führerschein.

4

Verneinung: Ich bin über 25 und habe einen gültigen Führerschein und bekomme (trotzdem) nicht das Auto.

5. a)

A	B	Weder A noch B
w	w	f
w	f	f
f	w	f
f	f	w

b) Weder A noch B ist die Verneinung der oder-Verknüpfung
 $\neg(A \text{ oder } B) \Leftrightarrow \text{Weder A noch B}$
 $\neg A \text{ und } \neg B \Leftrightarrow \text{---}$

6. a)

A	B	C	$[(A \Rightarrow B) \Rightarrow C] \Leftrightarrow [(\neg A \Rightarrow C) \text{ und } (B \Rightarrow C)]$									
w	w	w	w	w	w	f	w	w	w	w	w	
w	w	f	w	f	w	f	w	f	w	f	f	
w	f	w	f	w	w	f	w	w	w	w	w	
w	f	f	f	w	w	f	w	w	w	w	w	
f	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w	
f	w	f	w	f	w	w	f	t	t	t	t	
f	f	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w	
f	f	f	w	f	w	w	f	f	f	w	w	
			1.	2.	7.	3.	4.	6.	5.			

7. A: Ein Hut ist mein Hut B: Der Hut hat drei Ecken
 Dann ist die erste Zeile: $A \Rightarrow B$
 und die zweite Zeile $\neg B \Rightarrow \neg A$, also die Kontraposition zur ersten Zeile.
 In Zeile zwei wird also logisch äquivalent genau das festgestellt, was schon in Zeile eins steht.

Extraaufgabe

Die Auswertung der Aussage (3) ergibt, dass Omar es nicht gewesen sein kann, denn wenn er es gewesen wäre, dann wären seine beiden Aussagen wahr, und das darf nicht sein. Folglich ist seine Aussage „ich war es“ die falsche und die Aussage „Sarah war es nicht“ seine wahre Aussage.

Für die nächsten Überlegungen gehen wir davon aus, dass es Omar nicht gewesen ist. Das führt für (2) zu der Erkenntnis, dass der erste Teil von Sarah's Aussage falsch sein muss und der zweite Teil wahr ist. Folglich kann es auch Rubin nicht gewesen sein.

Das führt zu der Erkenntnis, dass in (1) der zweite Teil der Aussage wahr sein muss und der erste Teil die falsche Aussage ist. Sarah kann es also auch nicht gewesen sein.

Also bleibt nur noch Viola als Schuldige übrig. Die Überprüfung ihrer Aussage (4) ergibt, dass der erste Teil „Omar war es nicht“ wahr und der zweite Teil „Rubin hat die Farbe umgekippt“ falsch ist. Es ergibt sich kein Widerspruch.

Viola hat die Farbe verschüttet.

Eine Kontrolle der Aussagen bestätigt dieses Ergebnis.

	<i>wahre Aussage</i>	<i>falsche Aussage</i>
Rubin	Ich war es nicht.	Sarah hat die Farbe verschüttet.
Sarah	Rubin war es wirklich nicht.	Omar hat es getan.
Omar	Sarah war es nicht.	Ich war es.
Viola	Omar war es nicht.	Rubin hat die Farbe umgekippt.