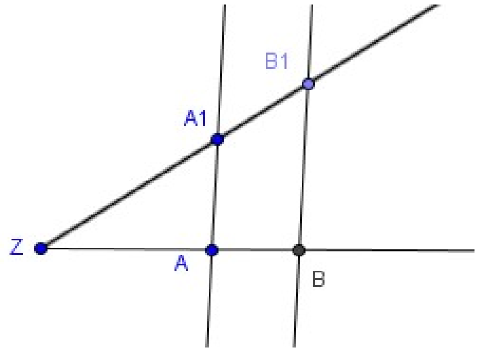
Protokoll vom 14.04.08

zur Veranstaltung
Geometrie

von Sandra Erdmann

Strahlensätze und Ähnlichkeit

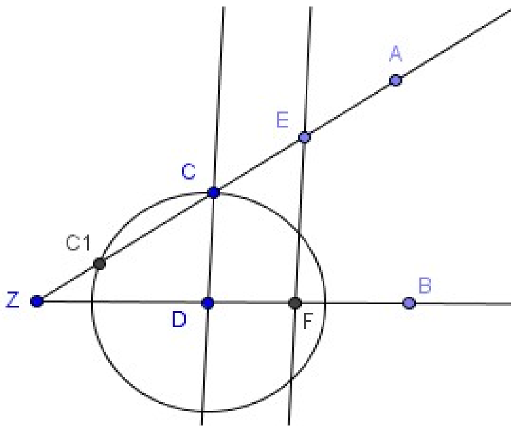


1. Strahlensatz: $\frac{|ZA|}{|ZB|}=\frac{|ZA_1|}{|ZB_1|}$ Folgerung: $\frac{|ZA|}{|AB|}=\frac{|ZA_1|}{|A_1B_1|}$
2. Strahlensatz $\frac{|ZA|}{|ZB|}=\frac{|AA_1|}{|BB_1|}$

Zum 1. Strahlensatz ist die Umkehrung richtig

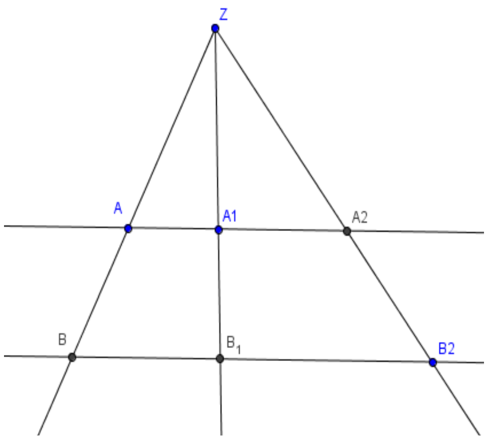
$\frac{|ZA|}{|ZB|}=\frac{|ZA_1|}{|ZB_1|}$ => $AA_1 \parallel BB_1$

Der 2. Strahlensatz ist nicht umkehrbar!
Siehe dazu das Beispiel:



$\frac{|ZD|}{|ZF|}=\frac{|DC|}{|FE|}=\frac{|DC_1|}{|FE|}$ $|DC|=|DC_1|$ => $DC1 \nparallel EF$ $DC \parallel EF$

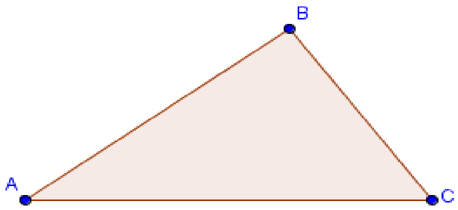
3. Strahlensatz (unmodern)

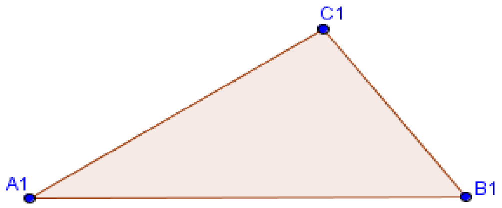


$$\frac{|AA_1|}{|A_1A_2|} = \frac{|BB_1|}{|B_1B_2|}$$

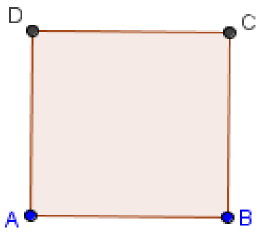
Ähnlichkeit

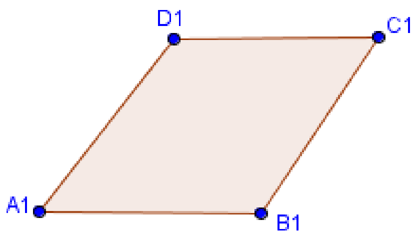
Zwei Figuren sind zueinander ähnlich, wenn entsprechende Streckenverhältnisse gleich sind.





$$\frac{|AB|}{|A_1B_1|} = \frac{|BC|}{|B_1C_1|} \quad \text{oder} \quad \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A_1B_1|}{|B_1C_1|}$$

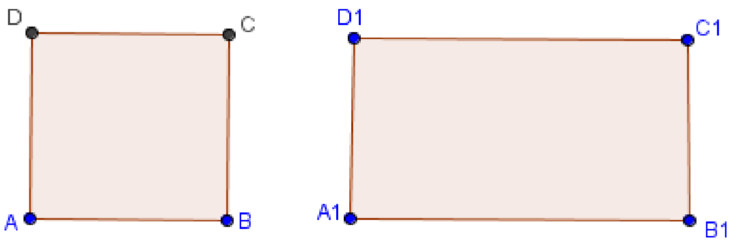




$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A_1B_1|}{|B_1C_1|} \quad \text{aber} \quad \frac{|AB|}{|AC|} \neq \frac{|A_1B_1|}{|A_1C_1|}$$

Sonderfall Dreieck

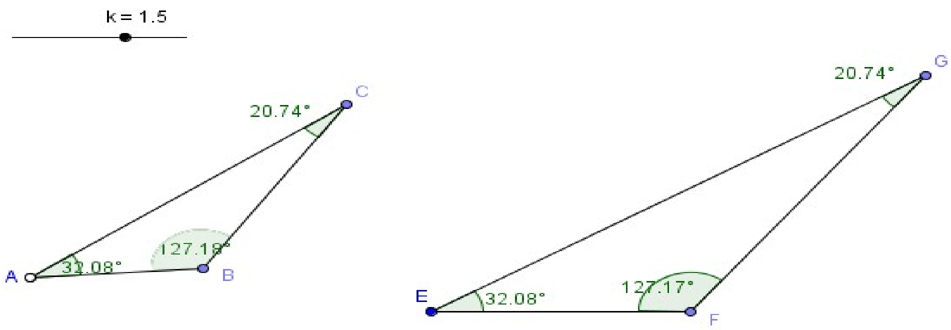
Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich, wenn entsprechende Winkel gleich groß sind. Wegen der Winkelsumme genügt es, zwei Winkel zu vergleichen.
Gegenbeispiel bei Vierecken: Quadrat und echtes Rechteck



Anwendungen

1. Dreieck $a = 6cm$ $b = 9cm$ α, β, γ
2. Dreieck $d = 6cm$ $b = 9cm$ $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$

$\alpha_1 = \alpha,$ $\quad\beta_1 = \beta$ $\quad\gamma_1 = \gamma$



Achtung:
Zwei Dreiecke können in allen drei Winkel und zwei Seiten übereinstimmen, müssen aber nicht kongruent sein.

„Geometrische Dreiecke"

a a·k a·k² a·k³
|____Dreiecke 1____|
|______Dreieck 2_______|

z.B. k = 1,5
4 6 9 13,5
|____Dreiecke 1____|
|______Dreieck 2_______|
(Dabei ist das Streckenverhältnis gerade 1,5)

Geometrisches Rechnen

Gegeben sind zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{Q}^{+.}$. Für die Umsetzung in eine Zeichnung muss ein Maßstab gegeben sein. „Wie lang ist 1“

Aufgabe: Konstruiere Strecken mit der Länge: a+b ; a-b ; a·b ; a/b