

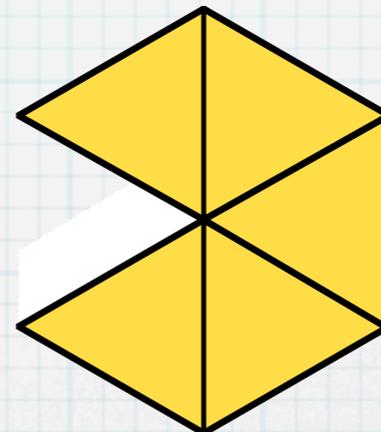
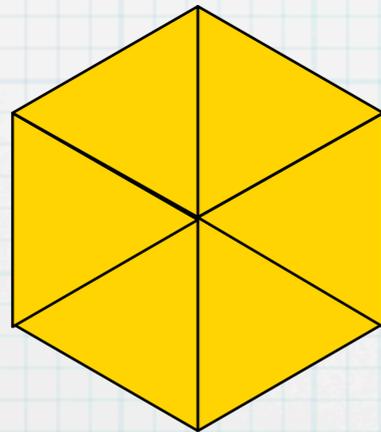
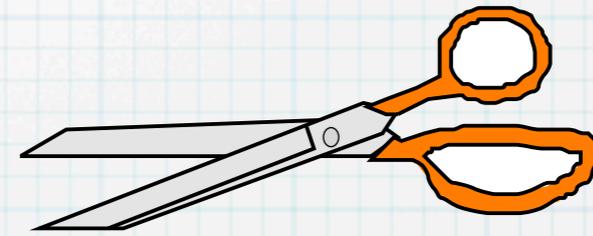
Platonische Körper

1. Die Flächen sind regelmäßige Vielecke
2. Alle Flächen sind zueinander kongruent
3. Alle Körpererecken sind zueinander kongruent

Bedingungen für den Bau eines Körpers

1. Die Winkel der k n -Ecke dürfen zusammen nicht mehr als 360° betragen

$$k \cdot \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ < 360^\circ$$

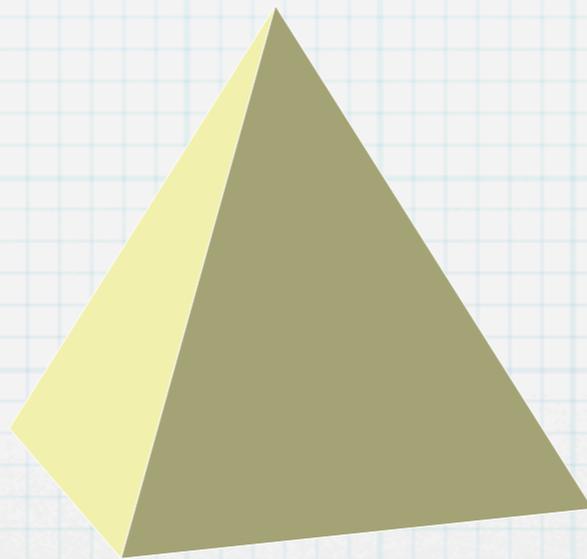


2. In einer Ecke müssen mindestens 3 Flächen zusammenstoßen

3 Dreiecke

$$k \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ = 3 \frac{1}{3} \cdot 180^\circ = 180^\circ < 360^\circ$$

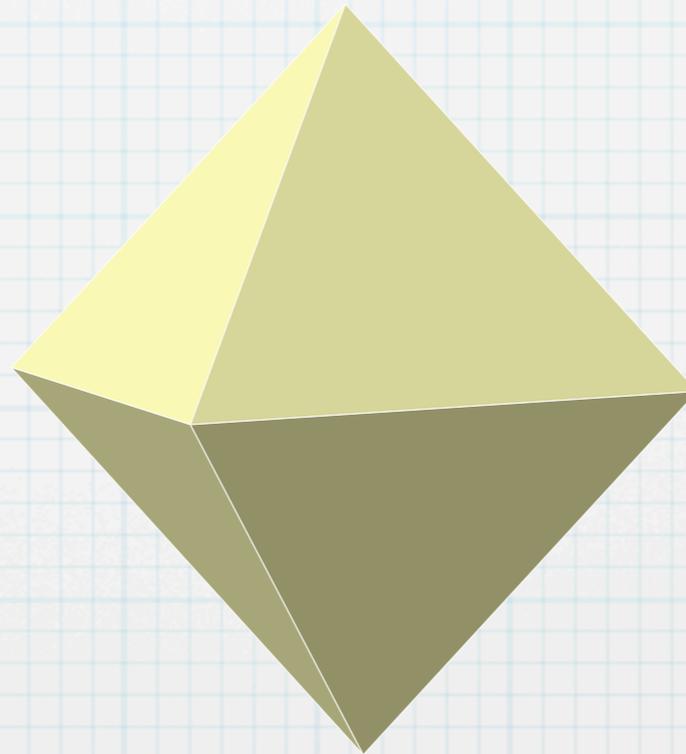
Tetraeder (4 Flächen)



4 Dreiecke

$$k \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ = 4 \frac{1}{3} \cdot 180^\circ = 240^\circ < 360^\circ$$

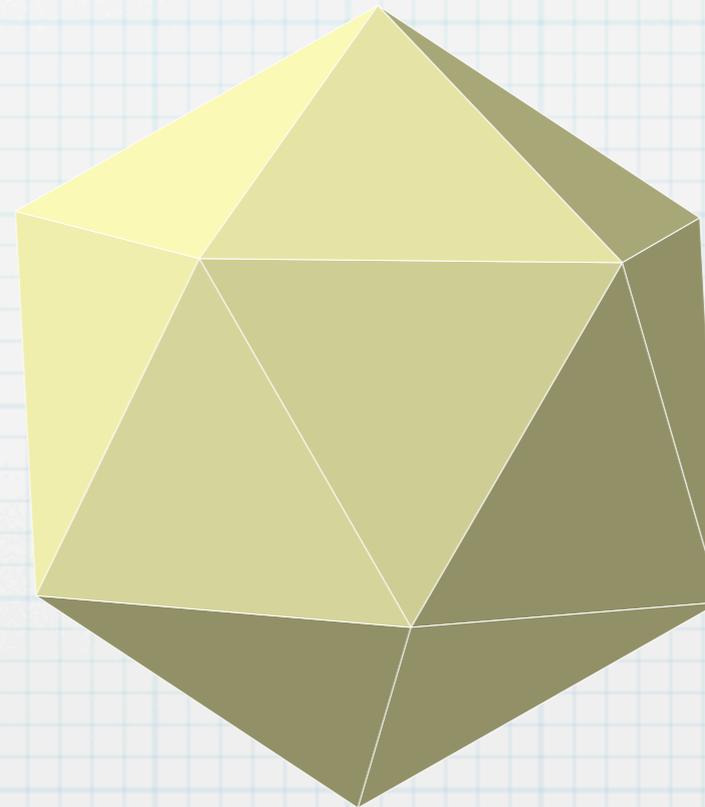
Oktaeder (8 Flächen)



5 Dreiecke

$$k \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ = 5 \frac{1}{3} \cdot 180^\circ = 300^\circ < 360^\circ$$

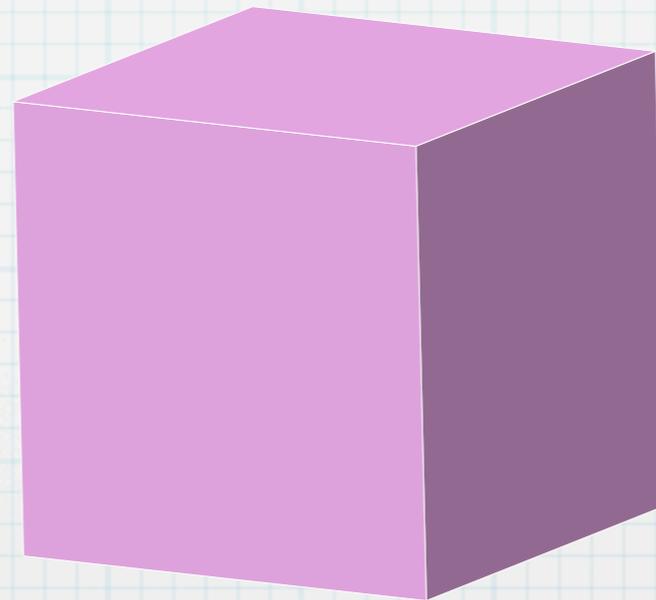
Ikosaeder (20 Flächen)



3 Vierecke

$$k \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ = 3 \frac{2}{4} \cdot 180^\circ = 270^\circ < 360^\circ$$

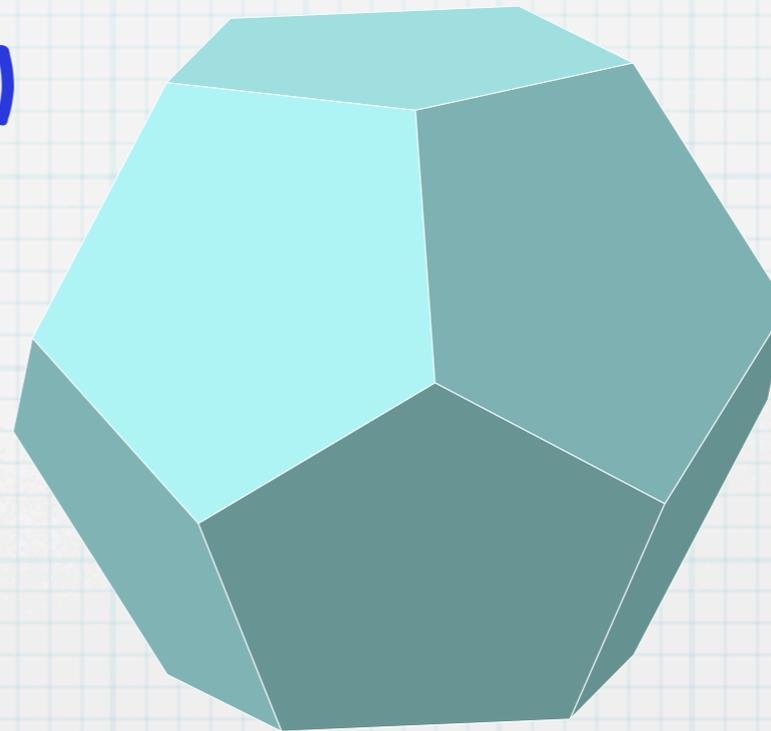
Hexaeder (Würfel, 6 Flächen)

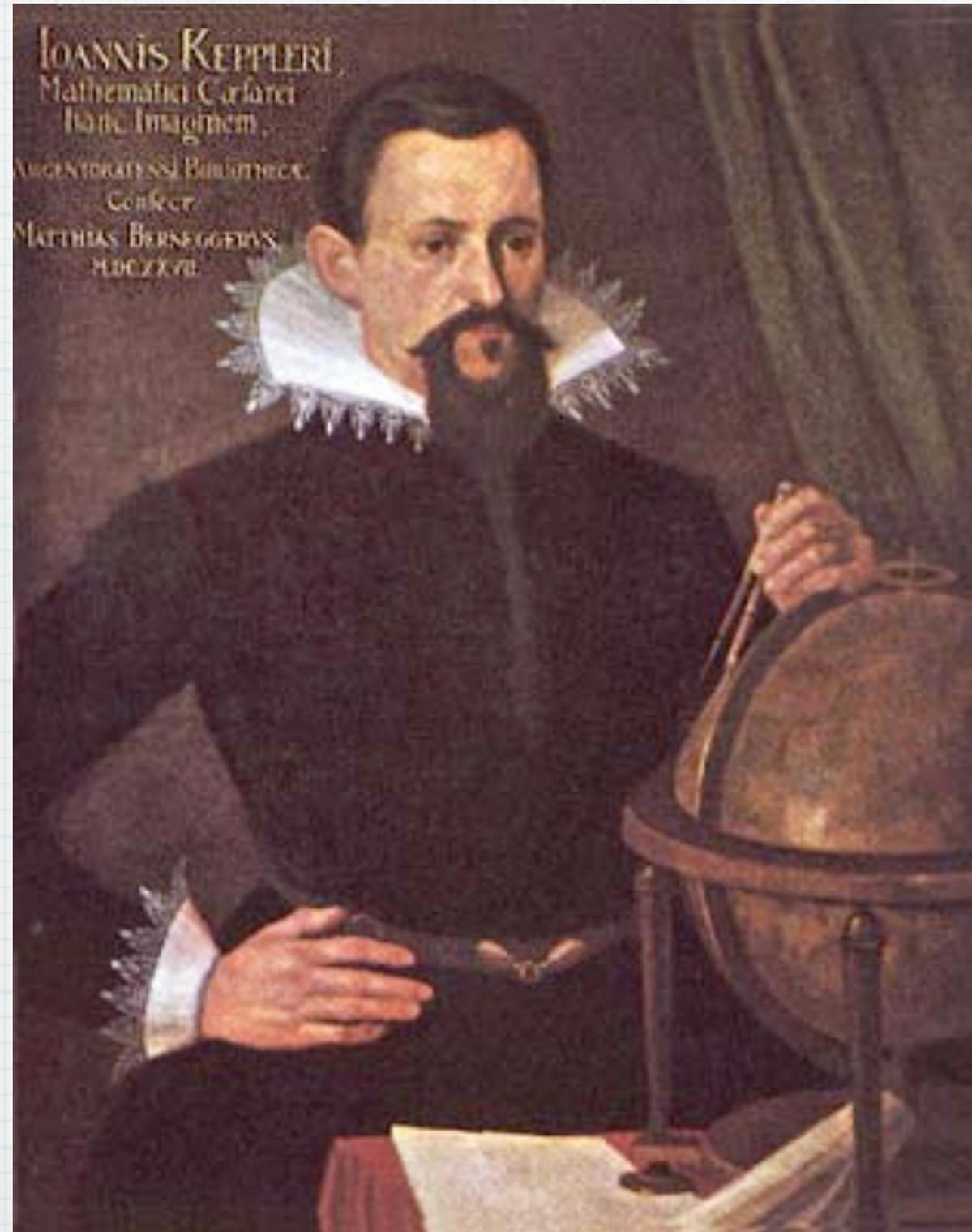


3 Fünfecke

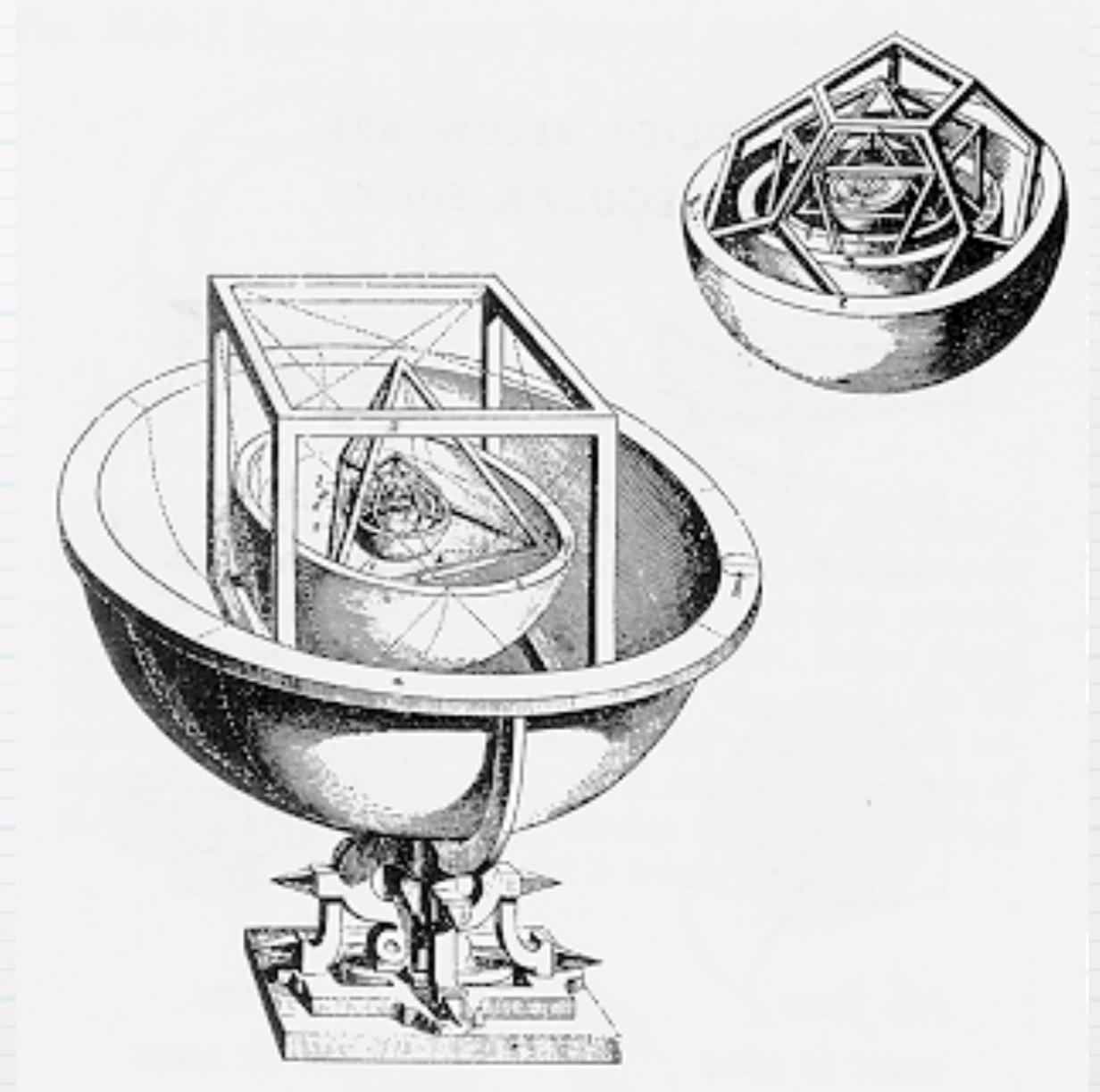
$$k \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ = 3 \frac{3}{5} \cdot 180^\circ = 324^\circ < 360^\circ$$

Dodekaeder (12 Flächen)

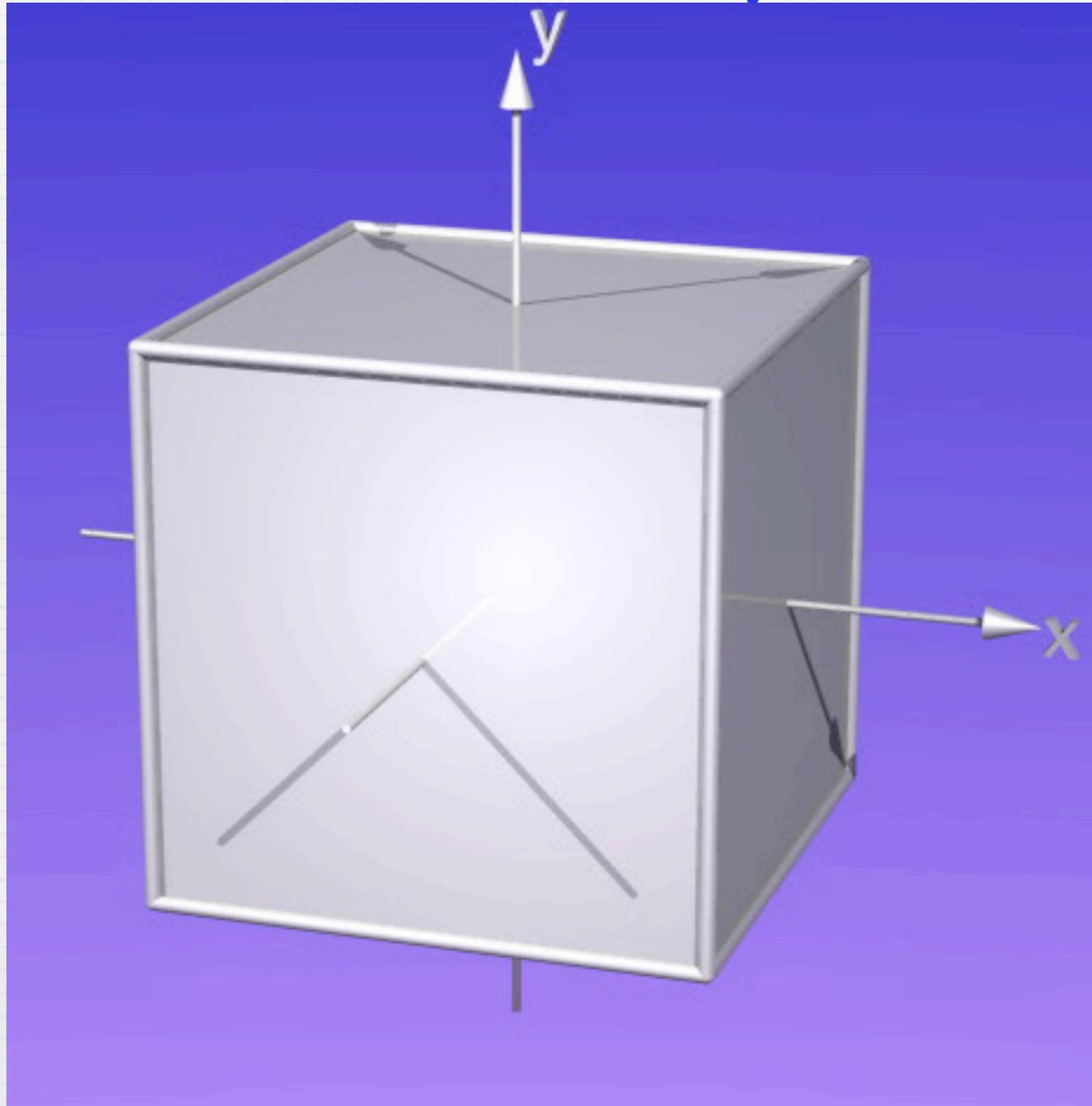




Johannes Kepler 1580-1630



Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



**Der Würfel hat
die Ecken**

$(1, 1, 1)$

$(1, 1, -1)$

$(1, -1, 1)$

$(1, -1, -1)$

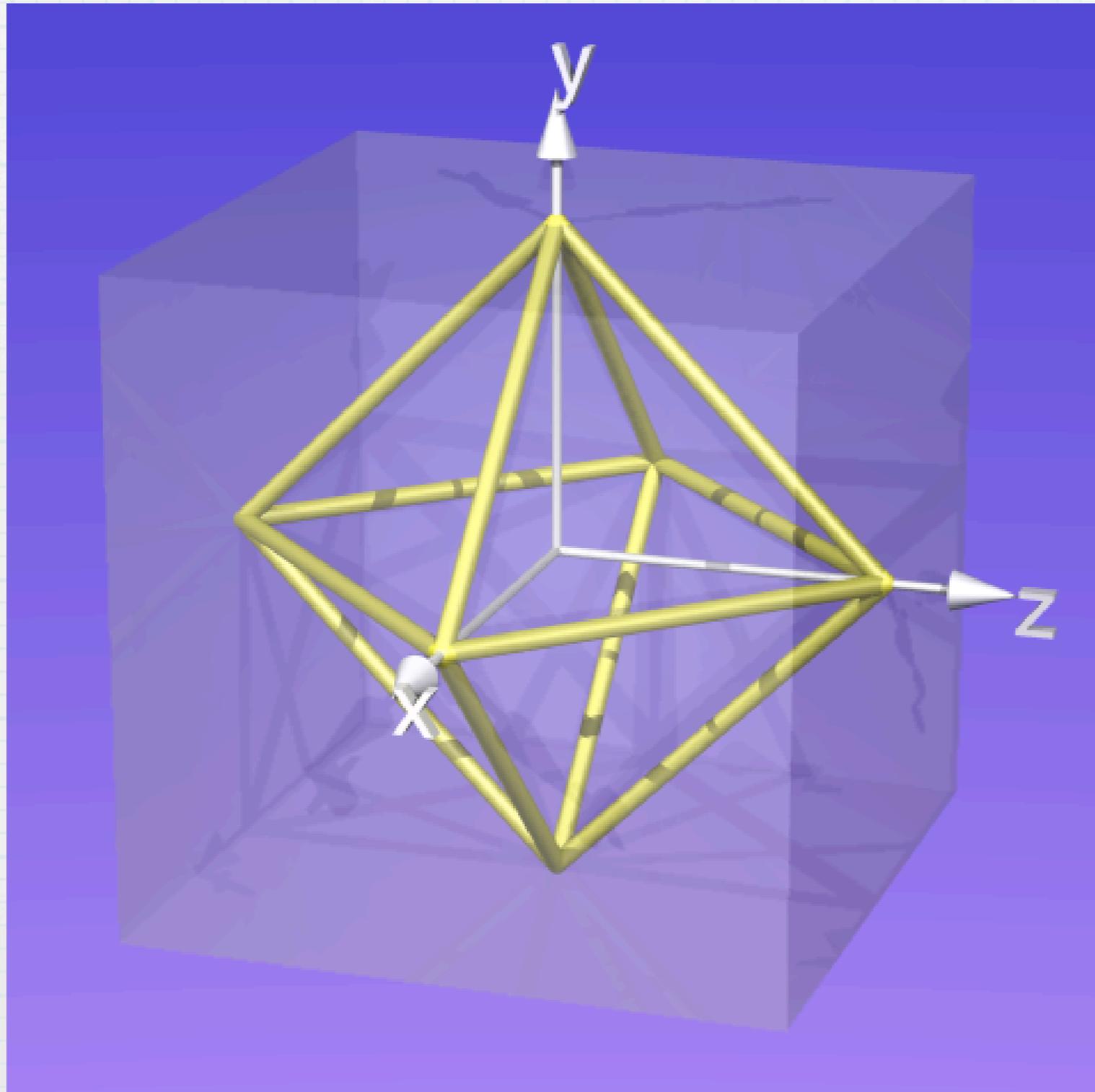
$(-1, 1, 1)$

$(-1, 1, -1)$

$(-1, -1, 1)$

$(-1, -1, -1)$

Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



**Der Oktaeder hat
die Ecken**

$(1, 0, 0)$

$(0, 1, 0)$

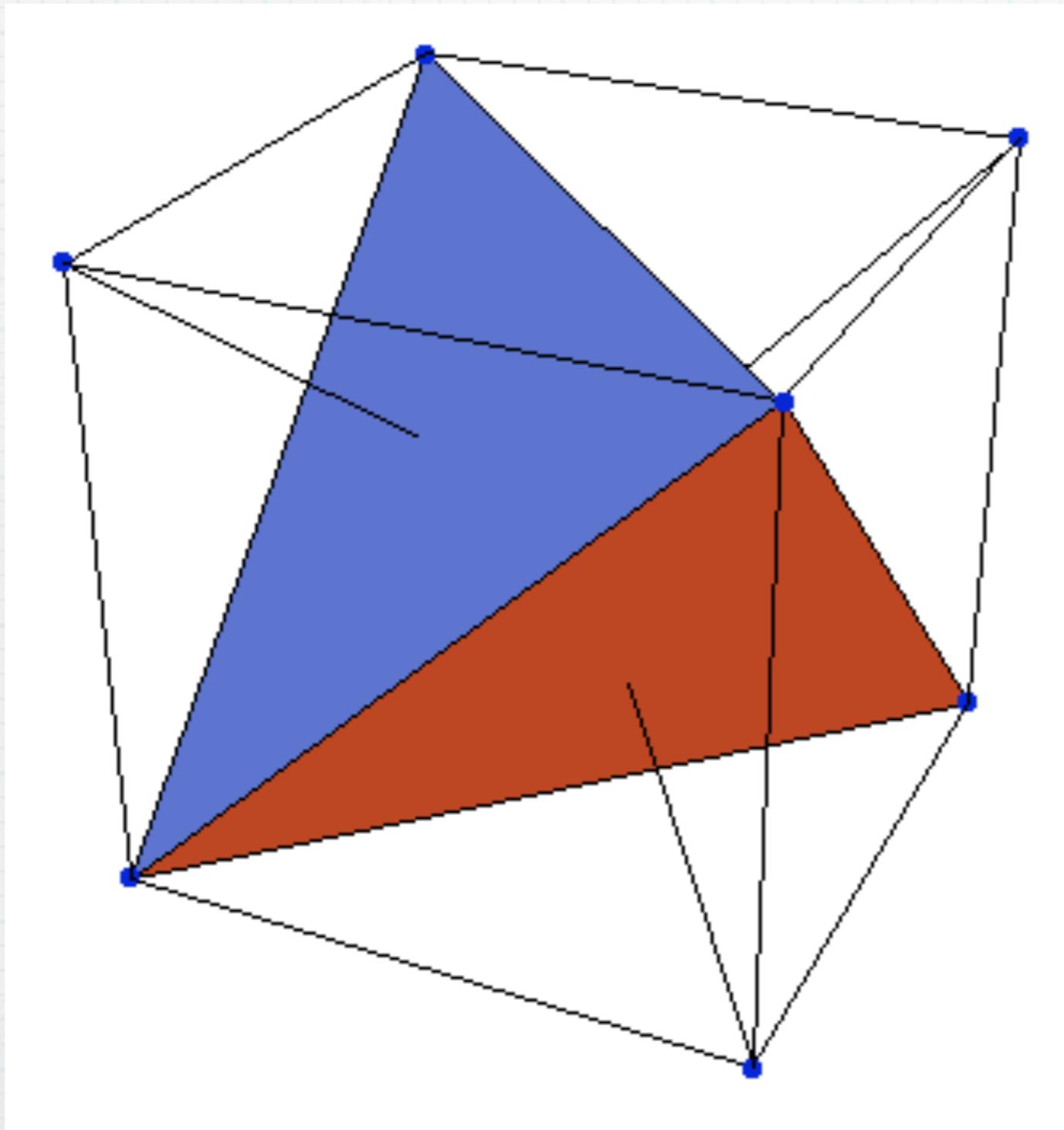
$(0, 0, 1)$

$(-1, 0, 0)$

$(0, -1, 0)$

$(0, 0, -1)$

Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



Der Tetraeder
hat die Ecken

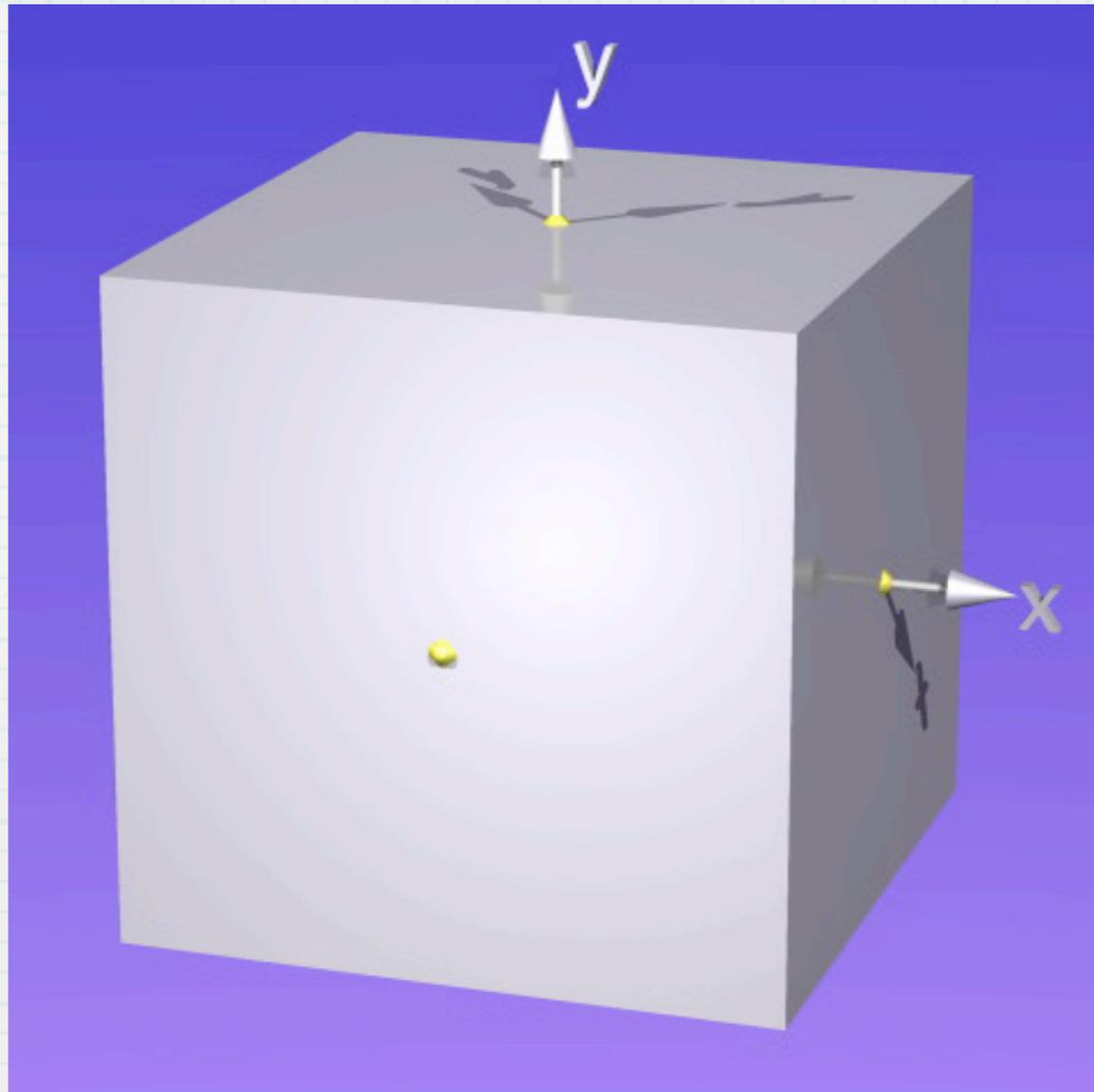
$(1, 1, 1)$

$(1, -1, -1)$

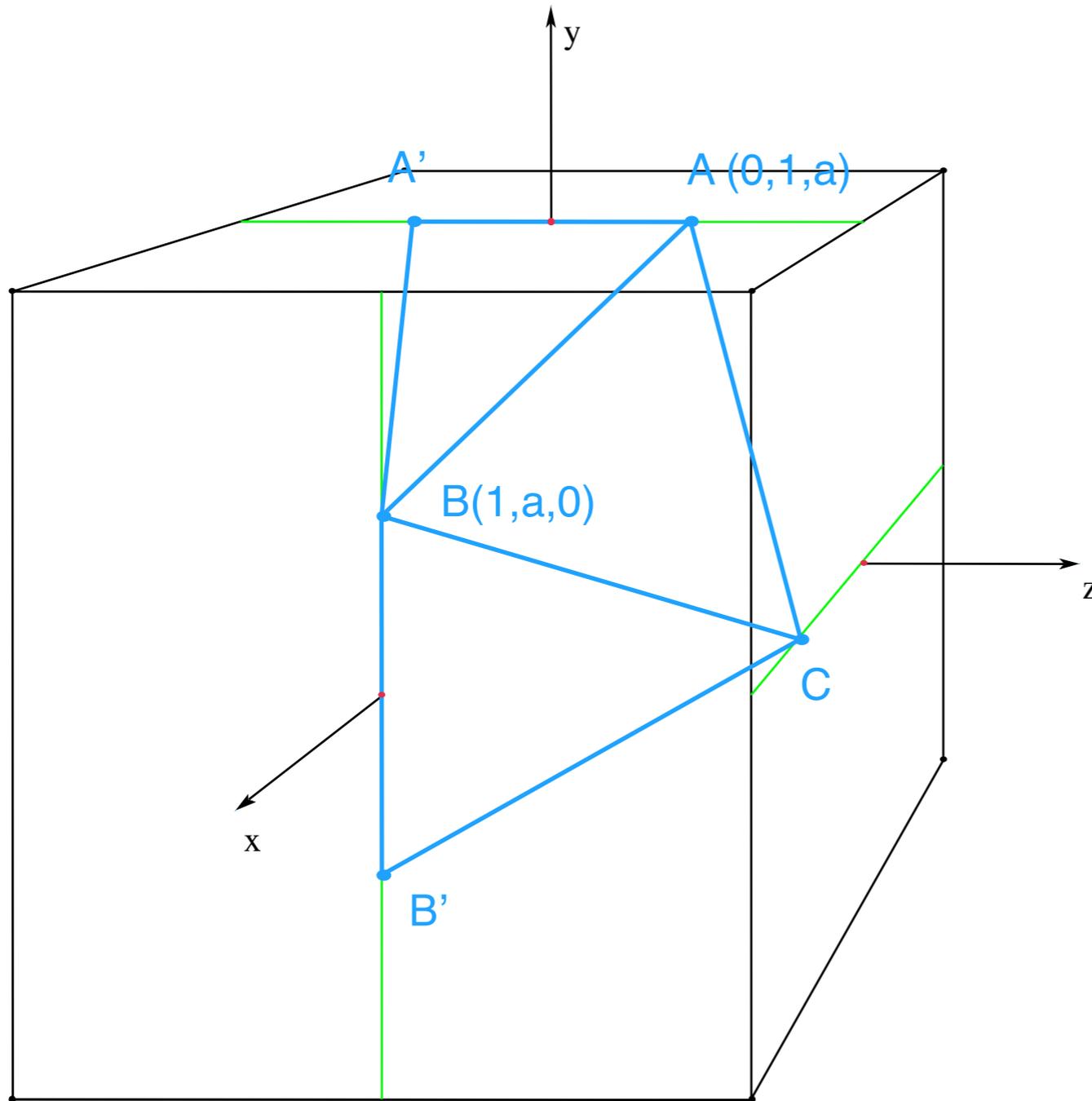
$(-1, 1, -1)$

$(-1, -1, 1)$

Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



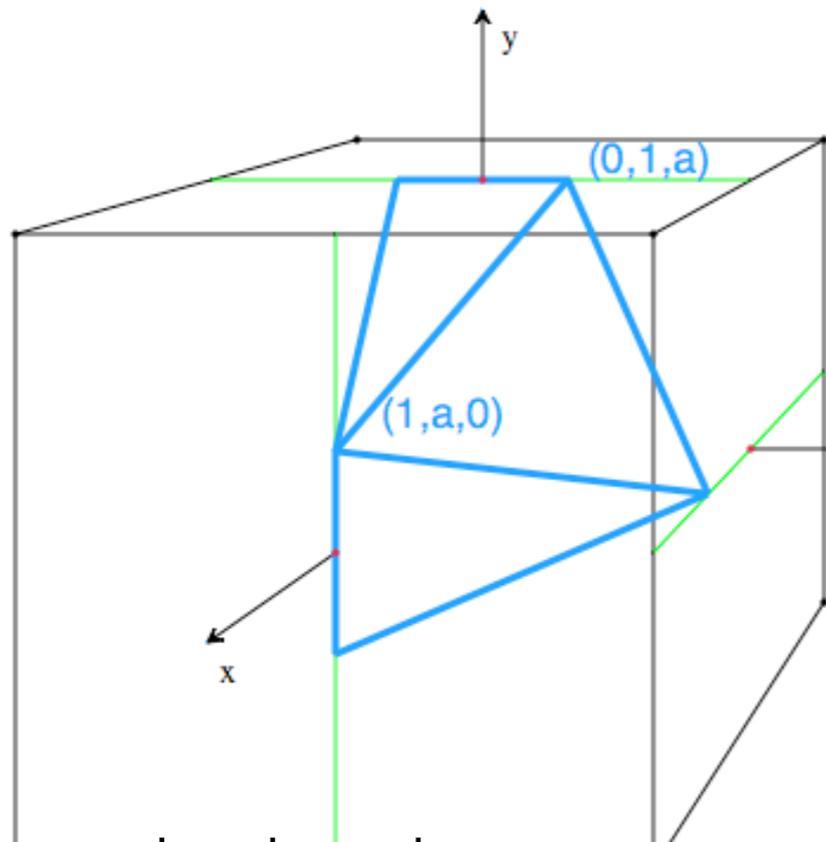
Berechnung zum Ikosaeder



Punkte

$A(0,1,a)$ $A'(0,1,-a)$
 $B(1,a,0)$ $B'(1,-a,0)$
 $C(a,0,1)$ $C'(-a,0,1)$

Berechnung zum Ikosaeder



Punkte

$$\begin{array}{ll} A(0,1,a) & A'(0,1,-a) \\ B(1,a,0) & B'(1,-a,0) \\ C(a,0,1) & C'(-a,0,1) \end{array}$$

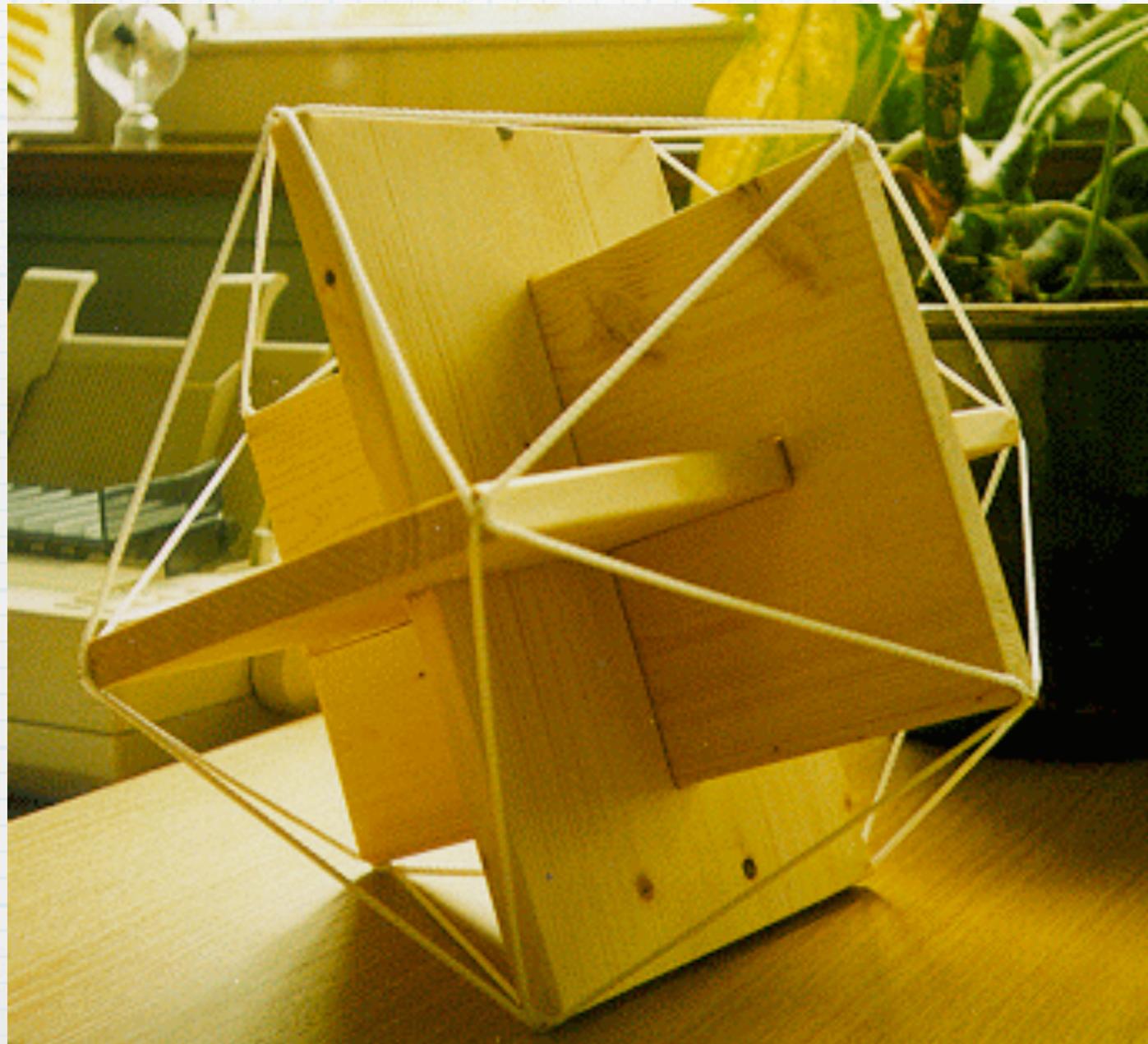
$$|AA'| = |AB| \Rightarrow 2a = \sqrt{(0-1)^2 + (1-a)^2 + (a-0)^2}$$

$$\Rightarrow 2a = \sqrt{1+1-2a+a^2+a^2} \Rightarrow 4a^2 = 2-2a+2a^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 + 2a - 2 = 0 \quad \Rightarrow a^2 + a - 1 = 0$$

$$a = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \varphi$$

Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



**Der Ikosaeder
hat die Ecken**

$$(0, 1, \varphi)$$

$$(0, 1, -\varphi)$$

$$(0, -1, \varphi)$$

$$(0, -1, -\varphi)$$

$$(\varphi, 0, 1)$$

$$(-\varphi, 0, 1)$$

$$(\varphi, 0, -1)$$

$$(-\varphi, 0, -1)$$

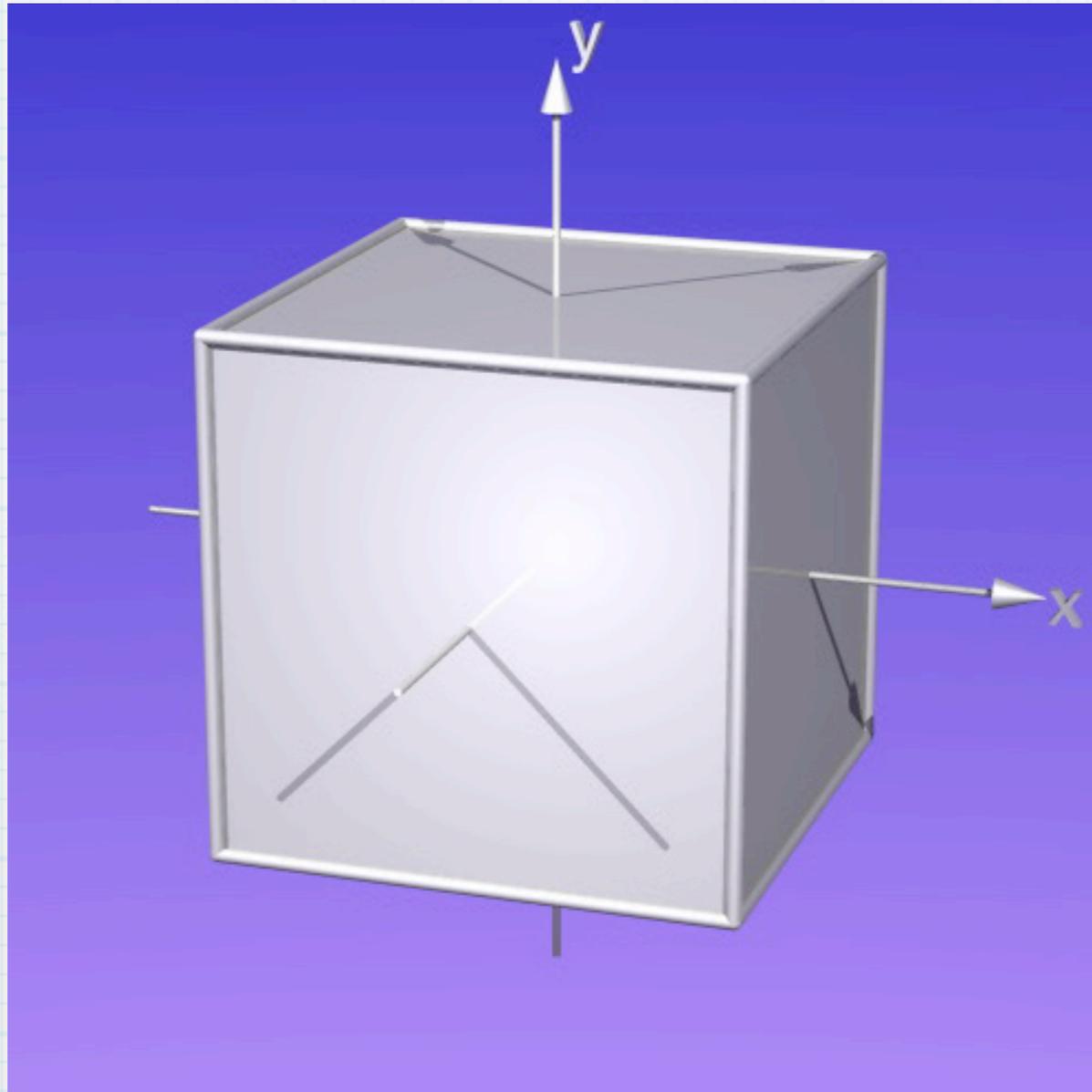
$$(1, \varphi, 0)$$

$$(1, -\varphi, 0)$$

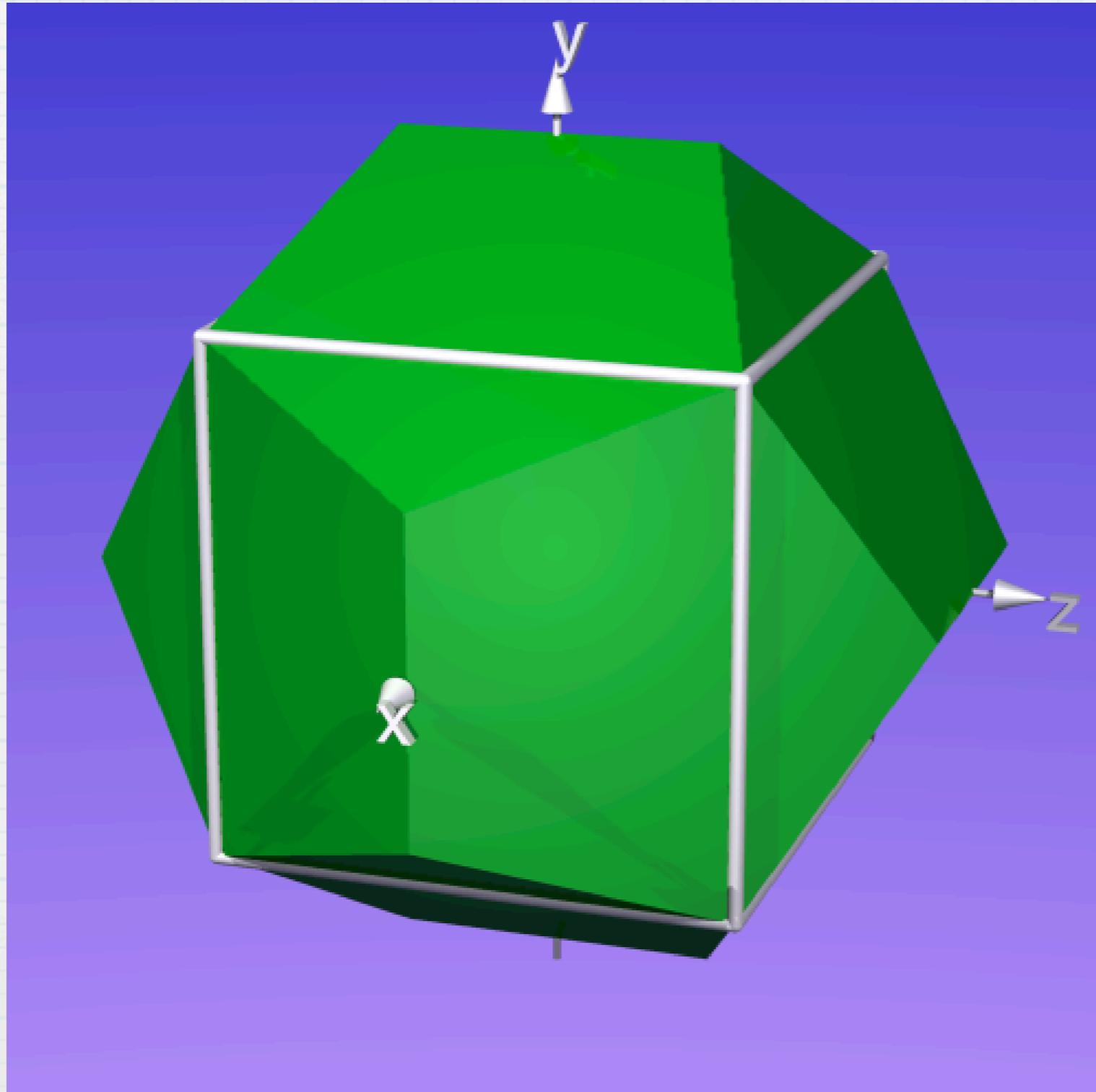
$$(-1, \varphi, 0)$$

$$(-1, -\varphi, 0)$$

Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



Die Platonischen Körper im Koordinatensystem



**Der Dodekaeder hat
die Ecken**

$(1,1,1)$...

die Ecken des Würfels

dazu über jeder Würfelfläche 2
Punkte

$(1+\varphi, \varphi, 0)$

$(1+\varphi, -\varphi, 0)$

$(0, 1+\varphi, \varphi)$

$(0, 1+\varphi, -\varphi)$

$(\varphi, 0, 1+\varphi)$

$(-\varphi, 0, 1+\varphi)$

und jeweils die Punkte der
gegenüberliegenden Fläche