8. Übung:

1. Aufgabe:

a) Säugling: 4,13 kg und 55 cm

Erwachsener: 72 kg und 180 cm

Der Erwachsene ist in etwa 3 mal so groß wie der Säugling, wiegt aber ca. 17 mal so viel.
Würde der Erwachsene nur 3 mal so viel wiegen wie der Säugling, hätte er ein Gewicht von ca 13 kg, also definitiv zu wenig.
Erklären lässt sich das damit, dass ein Mensch 3-dimensional ist und auch in alle 3 Richtungen wächst. Mit der Größe wird jedoch nur die Veränderung in einer Dimension gemessen.
Man müsste also ausmessen, wie sich die beiden anderen Ausdehnungen, also Breite und Dicke, von Erwachsenem und Säugling zueinander im Verhältnis stehen.
Geht man von der gleichen Ausdehnung (Skalierung) in alle drei Richtungen aus, hätte ein Erwachsener eine recht seltsame Figur und würde $3^3 \cdot 4{,}13\,kg = 111{,}51\,kg$ wiegen.

b) Der menschliche Körper hat in der BMI Formel die Dimension 2, was eigentl. falsch ist, da er ja 3-dimensional ist.
Nimmt ein Mensch zu, tut er das allerdings nur an der Oberfläche und auch nicht überall gleich (die Größe, also Höhe, wird sich z.B. nicht ändern), von daher ist es okay, hier von einem 2-dim. Menschen auszugehen. Es ist jedoch wichtig wegen der fehlenden 3. Dim. den BMI den verschiedenen Entwicklungsstufen, also Alter, des Menschen anzupassen (siehe auch Aufgabenteil a)).

8. Übung

3. Aufgabe:

a) $3^x = 4.000 \quad | \log$

$$x \log 3 = \log 4.000$$

$$x = \frac{\log 4.000}{\log 3} \approx 7,5496$$

b) $6 \cdot 4^{2x+3} = 5^x$

$$6 \cdot 4^3 \cdot 4^{2x} = 5^x$$

$$\frac{4^{2x}}{5^x} = \frac{1}{6 \cdot 4^3}$$

$$\log\left(\frac{4^{2x}}{5^x}\right) = \log\left(\frac{1}{6 \cdot 4^3}\right)$$

$$\log 4^{2x} - \log 5^x = \log 1 - \log(6 \cdot 4^3)$$

$$2x \log 4 - x \log 5 = -\log 6 - 3 \log 4$$

$$x(2 \log 4 - \log 5) = -\log 6 - 3 \log 4$$

$$x = \frac{-\log 6 - 3 \log 4}{2 \log 4 - \log 5} \approx -5,11597$$

oder: $6 \cdot 4^3 \cdot 4^{2x} = 5^x$

$$384 \cdot 4^{2x} = 5^x$$

$$\log 384 + x \log 16 = x \log 5$$

$$x = \frac{-\log 384}{\log 16 - \log 5}$$

c) $9\,m = 9.000\,mm$

Wie oft müssen wir falten, um bei einer Papierdicke von $0{,}1\,mm$ die obige Höhe zu erreichen?

$$9.000\,mm = 0{,}1\,mm \cdot 2^x$$
$$2^x = 90.000$$
$$x \log 2 = \log 90.000$$
$$x = \frac{\log 90.000}{\log 2} \approx 16{,}457$$

Also müssen wir das Papier 17 mal falten, um auf die gewünschte Höhe zu kommen.

4. Aufgabe:

a) $5^{2x+1} = 25 = 5^2$

also muss gelten
$$2x+1 = 2$$
$$2x = 1$$
$$\underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$$

b) $8^x = 16 = 4^2 = 2^4$

$\Leftrightarrow (2^3)^x = 2^4$

$\Leftrightarrow 2^{3x} = 2^4$ also $3x = 4$

$$\underline{\underline{x = \frac{4}{3}}}$$

c) $$\frac{(\sqrt{3})^x}{3} = \frac{9}{\sqrt{27}} = \frac{3^2}{\sqrt{3^3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3^{\frac{1}{2}x}}{3} = \frac{3^2}{3\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 3^{\frac{1}{2}x} = \frac{3^2}{\sqrt{3}} = 3^2 \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$$

also gilt: $\quad \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

5. Aufgabe:

Im 3er Basissystem besteht die Cantormenge aus allen Zahlen $0{,}a_1 a_2 a_3 a_4 \ldots$ mit $a_i \in \{0,2\}$ für alle $i \in \mathbb{N}$. Wir müssen $x = \frac{11}{12}$ also ins 3er-System umrechnen und die Ziffern überprüfen.

$$\frac{11}{12} \cdot 3 = \frac{33}{12} = 2 + \frac{9}{12} = 2 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4} = 0 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$ -> periodisch

$\frac{11}{12} = 0{,}2\overline{20}_3$ und damit Element der Cantormenge.