

## Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

### 8. Übung: Dimension, Logarithmen

#### Präsenzübungen für Mittwoch, 17.12.

Wiederholung Exponential- und Logarithmengesetze

Tragen Sie zusammen, was Sie zur Rechnung mit Exponenten wissen.

Zunächst natürliche Exponenten  $n, m \in \mathbb{N}$

Multiplikation:  $a^n \cdot a^m$

Division:  $\frac{a^n}{a^m}$

Potenzieren:  $(a^n)^m$

Definition von negativen Exponenten  $a^{-n}$

und rationalen Exponenten  $a^{\frac{n}{m}}$

Erweiterung der Regeln für das Rechnen mit Potenzen auf rationale Zahlen

Definition der Logarithmen:  $b^x = a \Leftrightarrow x = \log_b a$ ,  $a, b \in \mathbb{R}^+$

Rechengesetze für Logarithmen  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$

Multiplikation:  $\log_b(ac)$

Division:  $\log_b\left(\frac{a}{c}\right)$

Potenzieren:  $\log_b(a^c)$

Umrechnen auf eine vorgegebene Basis  $b^*$  (z.B. zum Rechnen mit dem Taschenrechner)

$$x = \log_b a = \frac{\log_{b^*} a}{\log_{b^*} b}$$

#### Hausübungen, Abgabe Montag, 5.1.2009

1. Aufgabe Wachstum von Menschen

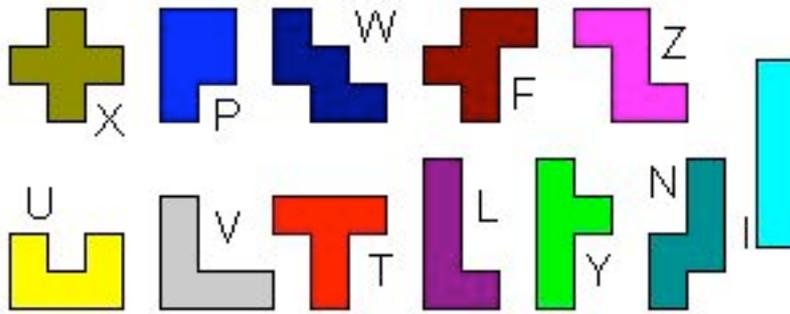
a) Ein Säugling wiegt z.B. bei der Geburt 4130 g und ist 55 cm groß. Ein schlanker Erwachsener ist 180 cm groß und wiegt 72 kg. Ist das im Vergleich zum Säugling (ca. dreifache Körpergröße) nicht verdammt fett? Erläutern Sie.

b) Beim „Body-Mass-Index“ (BMI) bestimmt man die Körpergröße  $G$  in Meter und das Gewicht  $m$  in Kilogramm. Dann ist  $BMI = \frac{m}{G^2}$ . Für einen normalgewichtigen Menschen im Alter um 25 sollte der BMI zwischen 20 und 24 liegen.

i) Bestätigen Sie damit, dass der Erwachsene aus a) in der Tat schlank ist.

ii) Welche Dimension hat in dieser Formel der menschliche Körper? Was spricht dafür, was dagegen?

## 2. Aufgabe Selbstähnlichkeit von Pentominos



Pentominos heißen die Figuren, die man aus fünf Quadraten bilden kann. Die Quadrate müssen so aneinander gelegt werden, dass sie mindestens eine Seite gemeinsam haben. Es gibt 12 verschiedene (nicht kongruente) Pentominos. Manchmal werden sie nach Buchstaben benannt?

Zeichnen Sie jedes Pentomino auf die doppelte Größe skaliert auf und versuchen Sie, es mit 4 Original-Pentominos auszulegen. Welche Pentominos erfüllen diesen einfachen Selbstähnlichkeitstest?

Wieso ist dieser Test nicht die endgültige Antwort auf die Frage, ob ein Pentomino selbstähnlich ist?

## 3. Aufgabe Gleichungen lösen mit Logarithmus

a)  $3^x = 4000$    b)  $6 \cdot 4^{2x+3} = 5^x$

c) Faltet man ein (großes) Blatt Papier in der Mitte, so erhält man zwei Blätter, die übereinander liegen. Mit jedem Falten verdoppelt sich die Anzahl der Blätter, die übereinander liegen. „Wie oft muss man das Blatt falten“, damit der Stapel die Höhe eines mittleren Wohnhauses erreicht, also die Höhe von 9 m? Die Dicke des Papiers wird mit 0,1 mm angenommen. (*Das lässt sich natürlich nicht wirklich durchführen*)

## 4. Aufgabe Gleichungen lösen ohne Logarithmus

Lösen Sie die Gleichung nach einer Umformung. Es ist nicht notwendig, einen Lösungsalgorithmus wie in Aufg. 3 zu verwenden.

a)  $5^{2x+1} = 25$    b)  $8^x = 16$    c)  $\frac{(\sqrt{3})^x}{3} = \frac{9}{\sqrt{27}}$

## 5. Aufgabe Cantor-Staub

(Für den Fall, dass wir die Cantor-Menge in der Vorlesung besprochen haben)

Gehört  $x = \frac{11}{12}$  zur Cantormenge?