Prof. Dr. Heinz-Otto Peitgen
Dr. Reimund Albers Wintersemester 2008/09

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

7. Übung: Pascalsches Dreieck, Dimension

Präsenzübungen für Mittwoch, 10.12.

1. Aufgabe Spielen mit einem Pascal-ähnlichen Dreieck

			1			
		1	1	1		
	1	2	3	2	1	
1	3	6	7	6	3	1

In jede Zelle wird die Summe der drei darüber stehenden Nachbarzellen (*links darüber, direkt darüber, rechts darüber*) aufgeschrieben. Definieren Sie wieder Zeilen und Spalten. Wie lautet das Bildungsgesetz für einen Zelleninhalt formal? Welche Gesetzmäßigkeiten aus dem Pascalschen Dreieck tauchen hier wieder auf, ggfs. in veränderter Form?

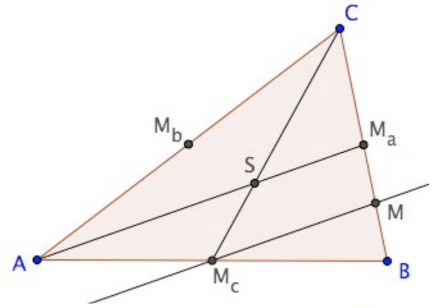
Hausübungen, Abgabe Montag, 15.12.

1. Aufgabe Pascalsches Dreieck

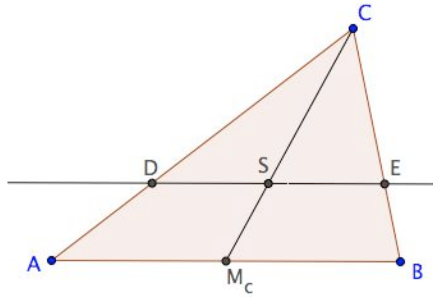
Beweisen Sie mit vollständiger Induktion $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

2. Aufgabe DIN A 4 Format
Das DIN A Format ist durch folgende Festlegungen definiert:
1) Die Fläche eines DIN A 0 Blattes ist genau 1 m^2.
2) Alle Blätter sind zueinander ähnliche Rechtecke.
3) Die Länge von DIN A n ist die Breite von DIN A n–1.
Die Breite von DIN A n ist die halbe Länge von DIN A n–1.
Berechnen Sie auf der Basis dieser Festlegungen die Größe eines DIN A 4 Blattes und überprüfen Sie diese theoretischen Maße mit den praktischen.

3. Aufgabe Dreieck mit Schwerpunkt
a) Beweisen Sie mit den Strahlensätzen, dass der Schwerpunkt S die Seitenhalbierende $\overline{CM_c}$ im Verhältnis 2:1 teilt. Argumentieren Sie mit der Abbildung rechts.
b) Zeigen Sie, dass die Seitenhalbierende $\overline{CM_c}$ die Fläche des Dreiecks ABC in zwei gleich große Hälften teilt.



c) Durch den Schwerpunkt S wird eine Parallele zur Seite $\overline{AB}$ gezeichnet. (Siehe Abb. rechts) Sie schneidet die anderen beiden Dreiecksseiten in D und E. Zeigen Sie, dass diese Linie durch den Schwerpunkt die Fläche des Dreiecks ABC **nicht** in zwei gleich große Hälften teilt, indem Sie berechnen,



welchen Anteil die Fläche des Dreiecks DEC vom Gesamtdreieck ABC ausmacht.

4. Aufgabe frierende Kugeln

Auch im Land der Kugeln ist gerade Winter und Kugeln wird ebenfalls schnell kalt. Wir nehmen einmal an, dass die äußere, 1mm dicke Schicht der Teil der Kugel ist, der besonders schnell auskühlt, während der darunter liegende, innere Teil isoliert liegt und somit kaum auskühlt.

a) Wie viel Prozent des Gesamtvolumens macht bei einer Kugel von 2 cm Durchmesser die auskühlende Oberfläche aus?

b) Eine große Kugel hat einen Durchmesser von 6 cm. Wie viel Prozent macht hier die auskühlende Oberfläche aus?

c) Geben Sie allgemein an: Macht bei einer Kugel K_0 mit dem Durchmesser d_0 die auskühlende Oberfläche p_0 Prozent des Gesamtvolumens aus, so macht bei einer Kugel K mit dem Durchmesser $d = kd_0$ die auskühlende Oberfläche p Prozent des Gesamtvolumens aus.

Geben Sie p in Abhängigkeit von p_0 und dem Skalierungsfaktor k an.

d) Erläutern Sie, warum (bei Menschen) Kinder gut gegen Kälte geschützt werden müssen und leichter frieren als Erwachsene.