Prof. Dr. Heinz-Otto Peitgen
Dr. Reimund Albers

Wintersemester 2008/09

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

2. Übung: Folgen und Reihen

Präsenzübungen für Mittwoch, 5.11.

1. SchülerInnen der Klassen 5 bis 7 lieben Zahlenfolgen und damit verbundene Knobeleien. Hier hat eine Klasse sich selbst einmal „knifflige“ Folgen ausgedacht. Sie wurden gesammelt und dann allen als Aufgabe „Wie geht es weiter?“ gegeben. Vor dieser Aufgabe sollten Sie sich als LehrerIn selbst klar werden, welches System wohl dahinter steckt. (Auswahl von 8 aus der gesamten Klassenliste.)

Zahlenfolgen – erdacht von einer 5.Klasse

Name	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
ChristianB.	1	2	3	6	7	14	15			
Ferit	3000	3030	3060	3000	3030	3060	3000			
Daniel	33	40	49	42	84	91	100			
Tom Robin	99	88	90	79	81	70	72			
Bastian	12	30	27	45	42	60	57			
Christian J.	8	10	16	18	32	34	64			
Helga	4	6	4	7	4	6	4			
Aman	17	34	25	32	64	55	62			

Hausübungen, Abgabe Montag, 10.11.

1. Aufgabe vollständige Induktion

Beweisen Sie die Summenformeln durch vollständige Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

a. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6} n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)$ b. $\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$

2. Aufgabe Reihe

Gegeben ist die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{7k} = \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28} + \ldots$

a. Berechnen Sie konkret die ersten sieben Partialsummen.
Beweisen Sie nun, dass die (unendliche) Reihe divergiert, indem Sie
b. die gegebene Reihe auf die harmonische Reihe zurückführen und damit argumentieren.
c. den indirekten Beweis für die Divergenz der harmonischen Reihe analog verwenden.
d. den Beweis über die Abschätzung nach unten analog verwenden.

3. Aufgabe Fibonacci-Folge

Zeigen Sie für die Folge der Fibonacci-Zahlen, dass immer zwei aufeinander folgende Zahlen teilerfremd sind.

4. Aufgabe modifizierte Fibonacci-Folge

Gegeben ist die rekursiv definierte Folge $\left(b_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ mit: $b_n = b_{n-1} + 2b_{n-2}$; $b_1 = 1,\ b_2 = 1$

a. Berechnen Sie die ersten 10 Folgenglieder.

b. Testen Sie an den höheren Folgengliedern, ob auch hier der Quotient aus aufeinander folgenden Zahlen vermutlich einen Grenzwert hat. Geben Sie diese Zahl auf drei Stellen an.

c. Bestimmen Sie unter der Annahme, dass dieser Grenzwert existiert, diese Zahl exakt (also mit Wurzeln, keine dezimale Näherung). Passen die Ergebnisse von b und c zusammen?