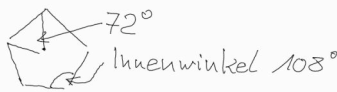


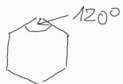
Mitschriften vom 21.1.08

<p style="text-align: center;">Platonische Körper</p> <p>Die symmetrischesten Körper</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Die Begrenzungsflächen sind reguläre Polygone. 2. Alle Begrenzungsflächen sind zueinander kongruent. 3. Alle Körpererecken sind zueinander kongruent. <p>Winkelbedingung (Obergrenze) Alle Flächenwinkel um eine Körpererecke dürfen in der Summe nicht 360° oder mehr ergeben.</p> <p>In einer Körpererecke müssen mindestens 3 Flächen zusammenstoßen. (Untergrenze)</p>	<p>Literaturhinweis: Leitfaden Geometrie, S 46 - 63</p>
---	--

n-Eck	Anz Flächen um Körperere.	Winkels.	Name
3	3	$3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$	Tetraeder
3	4	$4 \cdot 60^\circ = 240^\circ$	Oktaeder
3	5	$5 \cdot 60^\circ = 300^\circ$	Ikosaeder
3	6	$6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$	—
4	3	$3 \cdot 90^\circ = 270^\circ$	Würfel (Hexaeder)
4	4	$4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$	—
5	3	$3 \cdot 108^\circ = 324^\circ$	Dodekaeder
5	4	$4 \cdot 108^\circ = 432^\circ$	—
6	3	$3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$	—



72°
Innenwinkel 108°



120°

Name	Ecken	Flächen	Kanten
Tetraeder	4	4	6
Oktaeder	6	8	12
Würfel	8	6	12 \leftarrow dual
Dodekae.	20	12	30 \leftarrow dual
Ikosaeder	12	20	30 \leftarrow dual

Platonische Körper Bedingungen

1, 2, 3
 \downarrow X \downarrow

Archimedische Körper

Beispiel: $F=26$ $K=\frac{1}{2}(6 \cdot 8 + 8 \cdot 6 + 12 \cdot 4) = 48$

8-Eck: 6

6-Eck: 8

4-Eck: 12

$E=48$

$$E + F = K + 2$$

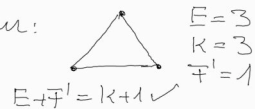
Eulersche Polyederformel

Beweis: eine Fläche wird weggelassen $F-1 = F'$

zu zeigen ist: In jedem Flächendiagramm eines Polyeders gilt:

$$E + F' = K + 1$$

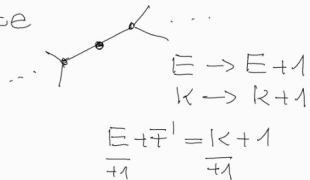
Startdiagramm:



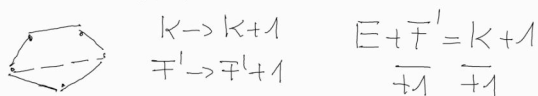
Es gibt unendlich viele Archimedische Körper, da es unendlich viele Prismen und unendlich viele Antiprismen gibt. (Siehe Übung 11 Aufgabe 1) Außer diesen gibt es dann allerdings nur noch endlich viele. (siehe dazu das Programm Poly)

Zwei Operationen machen aus dem Startdiagramm schrittweise jedes beliebige Flächendiagramm

1. Einfügen einer Ecke auf einer Kante



2. Einfügen einer Kante zwischen zwei Ecken



Beide Operationen erhalten also die Gleichung $E + F' = K + 1$

Da im Startdiagramm die Gleichung erfüllt ist, ist sie es auch in allen Diagrammen, die durch die beiden Operationen schrittweise aus dem Startdiagramm aufgebaut werden können. Das ist der Fall für alle Schlegel-Diagramme zu den Polyedern.

Geht man nun von den ebenen Schlegel-Diagrammen zurück in den Raum, so muss man wieder die fehlende Fläche ergänzen: $F' \rightarrow F = F' + 1$. Auf der linken Seite wird also der Wert um 1 erhöht. Folglich muss man auf der rechten Seite auch 1 addieren.

Also ist bewiesen: Für alle Polygone gilt $E + F = K + 2$