Protokoll der Vorlesung vom 10.12.07

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ $\cdot b \quad \cdot a$ $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 \ldots$	Einführung über die binomischen Formeln und für höhere Potenzen. Eine Idee, warum im Pascalschen Dreieck die Summation zweier Zellen die darunter liegenden Zelle ergibt.
$(a+b)^5 = (a+b)^4 \cdot (a+b)$	
$\binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cancel{(\cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cancel{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)}}$	Die gekürzte Form der Binomial-koeffizienten
$n - (k-1) = n - k + 1$	
$\binom{n}{0} = \frac{n!}{\underbrace{0!}_{=1}\, n!} = 1$ $\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!\,0!} = 1$	Die beiden Randfälle für die explizite Definition der Binomialkoeffizienten.

$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k+1)!} + \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$ $= \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!}\left[\frac{1}{1 \cdot (n-k+1)} + \frac{1}{k \cdot 1}\right]$	Der Beweis für die rekursive Definition der Einträge im Pascalschen Dreieck.
$\left[\begin{array}{l} ☁! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots ☁ \\ (☁+1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots ☁ \cdot (☁+1) \\ \quad = ☁! \cdot (☁+1) \end{array}\right]$	„Wölkchenrechnung“ für Fakultäten.
$= \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!} \cdot \frac{\cancel{k} + n \cancel{-k} + 1}{(n-k+1) \cdot k}$ $= \frac{(n+1)!}{k!\,(n-k+1)!}$ $= \binom{n+1}{k}$ q.e.d.	Die beiden Brüche in der eckigen Klammer werden auf den Hauptnenner gebracht.

Binomischer Lehrsatz $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 \dots$ $a=b=1$ $(1+1)^n = 2^n = \underset{\binom{n}{0}}{\cancel{1}} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$ $11^5 = 161051$ $11^7 = (10+1)^7$ $= 10^7 + \binom{7}{1} 10^6 \cdot 1 + \binom{7}{2} 10^5 \cdot 1^2 + \dots$ $7 \cdot 10^6 \quad + 21 \cdot 10^5$ $20 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^5$ $2 \cdot 10^6$	Der Beweis, dass die Summe aller Zahlen in einer Zeile des Pascalschen Dreiecks 2^n ist. Zusätzliche Erläuterungen zum 11er-Trick im Pascalschen Dreieck. Wieso kommt es bei zweistelligen Zahlen zum Übertrag?!