Peitgen/Albers, Ausgewählte Anwendungen d. Math.

3. Übung, Lösungsskizzen — WiSe 07/08

1. $$3130357_{(8,3)} = 7 + 5\cdot\frac{8}{3} + 3\cdot\left(\frac{8}{3}\right)^2 + 0\cdot\left(\frac{8}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{8}{3}\right)^4 + 1\cdot\left(\frac{8}{3}\right)^5 + 3\left(\frac{8}{3}\right)^6$$

$$= 7 + \frac{40}{3} + \frac{64}{3} + \frac{4096}{27} + \frac{32768}{243} + \frac{262144}{243}$$

$$= 7 + \frac{104}{3} + \frac{4096}{27} + \frac{32768}{27}$$

$$= 1407_{(10,1)}$$

$$\begin{aligned}
1407 &= 402\cdot\tfrac{7}{2} + 0\\
402 &= 114\cdot\tfrac{7}{2} + 3\\
114 &= 32\cdot\tfrac{7}{2} + 2\\
32 &= 8\cdot\tfrac{7}{2} + 4\\
8 &= 2\cdot\tfrac{7}{2} + 1\\
2 &= 0\cdot\tfrac{7}{2} + 2
\end{aligned}$$

also $1407_{(10,1)} = 214230_{(7,2)}$

$$401145_{(7,2)} = 5 + 4\cdot\frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^3 + 4\left(\frac{7}{2}\right)^5$$

$$= 5 + 14 + \frac{49}{4} + \frac{343}{8} + \frac{16807}{8}$$

$$= 2175_{(10,1)}$$

$$\begin{aligned}
2175_{(10,1)} &= 813\cdot\tfrac{8}{3} + 7\\
813 &= 303\cdot\tfrac{8}{3} + 5\\
303 &= 111\cdot\tfrac{8}{3} + 7\\
111 &= 39\cdot\tfrac{8}{3} + 7\\
39 &= 12\cdot\tfrac{8}{3} + 7\\
12 &= 3\cdot\tfrac{8}{3} + 4\\
3 &= 0\cdot\tfrac{8}{3} + 3
\end{aligned}$$

also $2175_{(10,1)} = 347757_{(8,3)}$

2 a)

$$\begin{array}{r} 636_{(7,2)} \\ +2356_{(7,2)} \\ \hline 4435_{(7,2)} \end{array}$$

$636_{(7,2)} = 90_{(10,1)}$

$2356_{(7,2)} = 146_{(10,1)}$

$4435_{(7,2)} = 236_{(10,1)}$ ✓

$$\left.\begin{array}{r} 3124224 \\ +\quad 34304 \\ +\quad 314 \\ \hline 3121 4142 \end{array}\right\}(5,3)$$

$3124224_{(5,3)} = 124_{(10,1)}$

$34304_{(5,3)} = 54_{(10,1)}$

$314_{(5,3)} = 14_{(10,1)}$

$3121 4142_{(5,3)} \leftarrow 192_{(10,1)}$ ✓

c)

$$\left.\begin{array}{r} 4310 \\ -\ 828 \\ \hline 0041 \end{array}\right\}(9,4)$$

$4310_{(9,4)} = 63_{(10,1)}$

$828_{(9,4)} = 53_{(10,1)}$

$41_{(9,4)} \leftarrow 10_{(10,1)}$

3. Es gibt zwei Lösungswege:

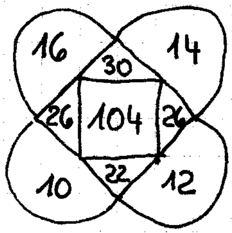
1. $96607_{(10,3)}$ umwandeln in Ü$(10,1)$ ergibt $1407_{(10,1)}$. Nun im 10er-System addieren ergibt $1486_{(10,1)}$. Das in das Ü$(10,3)$ umwandeln ergibt $99246_{(10,3)}$

2. $79_{(10,1)}$ umwandeln in $619_{(10,3)}$
Nun im Ü$(10,3)$ rechnen:

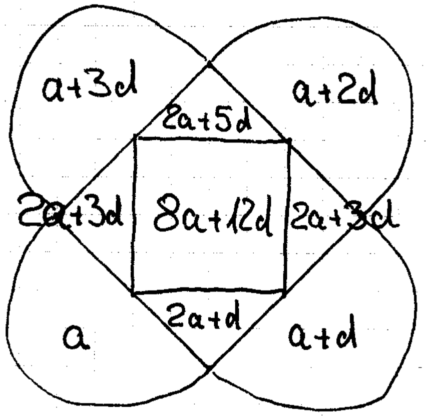
$$\begin{array}{r} 96607_{(10,3)} \\ +\quad 619 \\ \hline 99246_{(10,3)} \end{array}$$

stimmt

4 a)



b, c, d allgemeiner Ansatz



$a, d \in \mathbb{N}$

zu d) Im Zentrum steht $8a + 12d = 4(2a + 3d)$ immer eine durch 4 teilbare Zahl.

zu c) Es ergibt sich in beiden Dreiecken $2a + 3d$

zu b) $8a + 12d = 100 \quad | : 4$

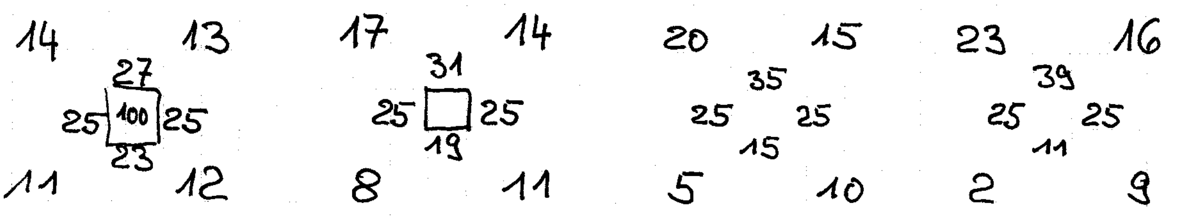
$2a + 3d = 25$

$2a = 25 - 3d$

$25 - 3d$ ist gerade, wenn $3d$ ungerade, also d ungerade

d	1	3	5	7
a	11	8	5	2

Es gibt also insgesamt 4 Lösungen innerhalb $\mathbb{N}$



5. a)

$$
\begin{aligned}
205 &= 1 \cdot 159 + 46 \\
159 &= 3 \cdot 46 + 21 \\
46 &= 2 \cdot 21 + 4 \\
21 &= 5 \cdot 4 + 1 \quad \rightarrow \quad \mathrm{ggT}(205, 159) = 1 \\
4 &= 4 \cdot 1 + 0
\end{aligned}
$$

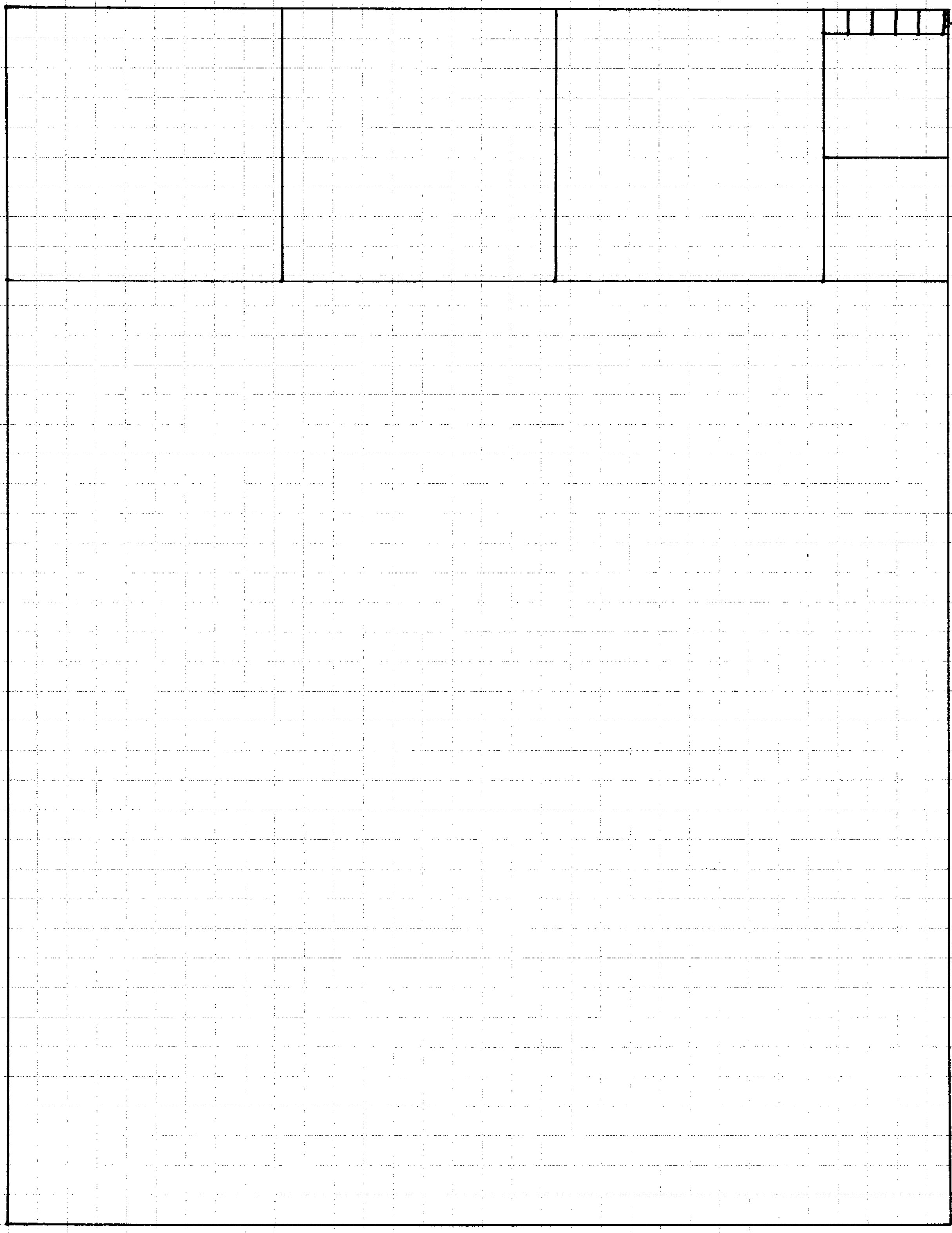
b)

$$\frac{205}{159} = 1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{4}}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{4}{21}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{21}{46}} = 1 + \frac{46}{159} = \frac{205}{159}$$

5c



4 Kästchen
1mm x 1mm