Peitgen / Albers, Ausgewählte Anwendungen d. Mathem.

2. Übung, Lösungsskizzen, WiSe 07/08

# PRÄSENZÜBUNGEN

---

1. $10110110_2 = 2+4+16+32+128 = 182_{10}$

2er → 8er: man darf 3er-Gruppen von Ziffern zusammenfassen, da $2^3 = 8$

$$\underbrace{010}_{2}\underbrace{110}_{6}\underbrace{110}_{6}{}_2 = 266_8$$

2er → 16er: man darf 4er-Gruppen von Ziffern zusammenf.

$$\underbrace{1011}_{B}\underbrace{0110}_{6}{}_2 = B6_{16}$$

$b = 7$

$$\begin{aligned} 182 &= 26 \cdot 7 + 0 \\ 26 &= 3 \cdot 7 + 5 \\ 3 &= 0 \cdot 7 + 3 \end{aligned} \qquad 182_{10} = 350_7$$

---

$AC_{16} = 10 \cdot 16 + 12 = 172_{10}$

$b = 2$:

$$\begin{aligned} 172 &= 86 \cdot 2 + 0 \\ 86 &= 43 \cdot 2 + 0 \\ 43 &= 21 \cdot 2 + 1 \\ 21 &= 10 \cdot 2 + 1 \\ 10 &= 5 \cdot 2 + 0 \\ 5 &= 2 \cdot 2 + 1 \\ 2 &= 1 \cdot 2 + 0 \\ 1 &= 0 \cdot 2 + 1 \end{aligned} \qquad = 10101100_2$$

In 3er-Gruppen zusammenfassen für 8er-System

$$\underbrace{010}_{2}\underbrace{101}_{5}\underbrace{100}_{4}{}_2 = 254_8$$

$b = 7$

$$\begin{aligned} 172 &= 24 \cdot 7 + 4 \\ 24 &= 3 \cdot 7 + 3 \\ 3 &= 0 \cdot 7 + 3 \end{aligned} \qquad 172_{10} = 334_7$$

2.

a) $\begin{array}{r} 23AB \\ +\ C46 \\ +\ 2D8 \\ \hline 32C9 \end{array}$ $\qquad A \to 10 \quad B \to 11 \quad C \to 12 \quad D \to 13$

$23AB_{16} = 2\cdot 16^3 + 3\cdot 16^2 + 10\cdot 16 + 11$

$= 9131_{10}$

10er:

$\begin{array}{r} 9131 \\ +\ 3142 \\ +\ 728 \\ \hline 13.001 \end{array}$

$C46_{16} = 12\cdot 16^2 + 4\cdot 16 + 6$

$= 3142_{10}$

$2D8_{16} = 2\cdot 16^2 + 13\cdot 16 + 8$

$= 728_{10}$

$\cancel{13001_{10} = 8125\cdot 16 + 1}$

$\cancel{8125 = 507\cdot 16 + 13}$

$13001_{10} = 812\cdot 16 + 9$

$812 = 50\cdot 16 + 12$

$50 = 3\cdot 16 + 2$

$3 = 0\cdot 16 + 3$

Also: $13001_{10} = 32C9_{16}$

b) Achtersystem:

$\begin{array}{r} 14571 \\ -\ 265 \\ -\ 3272 \\ \hline 11012 \end{array}$

$14571_8 = 1\cdot 8^4 + 4\cdot 8^3 + 5\cdot 8^2 + 7\cdot 8 + 1$

$= 6521_{10}$

$265_8 = 2\cdot 8^2 + 6\cdot 8 + 5$

$= 181_{10}$

Zehnersystem

$3272_8 = 3\cdot 8^3 + 2\cdot 8^2 + 7\cdot 8 + 2$

$= 1722_{10}$

$\begin{array}{r} 6521 \\ -\ 181 \\ -\ 1722 \\ \hline 4618 \end{array}$

$4618_{10} = 577\cdot 8 + 2$

$577 = 72\cdot 8 + 1$

$72 = 9\cdot 8 + 0$

$9 = 1\cdot 8 + 1$

$1 = 0\cdot 8 + 1$

Also: $4618_{10}$

$= 11012_8$

# HAUSÜBUNGEN

1a) Ansatz: $53 = 1 \cdot b^2 + 2 \cdot b + 5$

quadr. Gleichung: $b^2 + 2b - 48 = 0$

Lösungen: $\underline{\underline{b = 6}}$ oder $b = -8$
hier nicht sinnvoll

Probe: $1 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 + 5 = 36 + 12 + 5 = 53$

b) Ansatz: $177 = 1 \cdot b^3 + 2 \cdot b^2 + 0 \cdot b + 2$

$\Rightarrow \quad b^3 + 2b^2 = 175$

Also darf $b^3$ nicht größer als 175 sein

$\Rightarrow \underline{b \leq 5}$

Bei $b^3$ ist die Ziffer 1. Also ist $b^3$ mindestens 88, sonst wäre die Ziffer 2

$b^3 \geq 88 \quad \Rightarrow \quad \underline{b \geq 5}$

Beides ergibt: $\underline{\underline{b = 5}}$

(Einfaches Probieren liefert das auch)

2.
a)

| ·(6) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 2 | 4 | 10 | 12 | 14 |
| 3 | 3 | 10 | 13 | 20 | 23 |
| 4 | 4 | 12 | 20 | 24 | 32 |
| 5 | 5 | 14 | 23 | 32 | 41 |

b)
$$\begin{array}{r} \underline{3212 \cdot 23} \\ 10424 \\ \underline{14040} \\ 122320 \end{array}$$

c) $3212_6 = 728_{10}$

$23_6 = 15_{10}$

$728_{10} \cdot 15_{10} = \cancel{16744}\ 10920_{10}$

$10920_{10} = 122320_6$

2 d) $5452_6 : 4_6 = 1242_6$

$$\begin{array}{r} 5452_6 \\ -4\phantom{452} \\ \hline 14\phantom{52} \\ -12\phantom{52} \\ \hline 25\phantom{2} \\ -24\phantom{2} \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline \end{array}$$

e) $5452_6 = 1256_{10}$

$1256_{10} : 4_{10} = 314_{10}$

$$\begin{aligned} 314_{10} &= 52 \cdot 6 + 2 \\ 52 &= 8 \cdot 6 + 4 \\ 8 &= 1 \cdot 6 + 2 \\ 1 &= 0 \cdot 6 + 1 \end{aligned}$$

$= 1242_6$

3. a) $a_8 = a_0 + 8d = 17$

$a_{40} = a_0 + 40d = 65$

$32d = 48 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{d = 1{,}5}}$

$a_0 + 8 \cdot 1{,}5 = a_0 + 12 = 17 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{a_0 = 5}}$

$a_{24} = 5 + 24 \cdot 1{,}5 = 5 + 36 = 41 \qquad \underline{\underline{a_{24} = 41}}$

b) Der Index 24 ist der Mittelwert von 8 und 40. Dann ist das Folgenglied auch der Mittelwert der zugehörigen Folgenglieder

Anderes Beispiel: $a_2 = 5 + 2 \cdot 1{,}5 = 8$

$a_{10} = 5 + 10 \cdot 1{,}5 = 20$

$6 = \frac{2+10}{2} \qquad a_6 = 5 + 6 \cdot 1{,}5 = 14 \qquad 14 = \frac{8+20}{2}$

c) Gegeben $a_n = a_0 + n \cdot d$, $a_m = a_0 + m \cdot d$

Dann sei $\overline{n} = \frac{n+m}{2}$

Behauptung: $a_{\overline{n}} = a_0 + \overline{n} d = \frac{1}{2}(a_n + a_m)$

Beweis: $a_{\bar{n}} = a_0 + \bar{n}\, d$

$= a_0 + \frac{1}{2}(n+m)\, d$

$= a_0 + \frac{1}{2} nd + \frac{1}{2} md \qquad |\ a_0 \text{ aufspalten}$

$= \frac{1}{2} a_0 + \frac{1}{2} nd + \frac{1}{2} a_0 + \frac{1}{2} md$

$= \frac{1}{2}(a_0 + nd) + \frac{1}{2}(a_0 + md)$

$= \frac{1}{2}(a_n + a_m)$ q.e.d.

4. Christian B: +1, ·2 abwechseln, aber nicht konsequent von Anfang an.

$a_8 = 30 \quad a_9 = 31 \quad a_{10} = 62$

Ferit macht es durch die großen Zahlen „kompliziert". meint es wohl in periodischer Wiederholung

$a_8 = 3030 \quad a_9 = 3060 \quad a_{10} = 3000$

Daniel beginnt eine 4er-Kette: +7 +9 −7 ·2

Diese ~~k~~wendet er noch zwei Mal an

$\xrightarrow{-7} a_8 = 93 \xrightarrow{\cdot 2} a_9 = 186 \xrightarrow{+7} a_{10} = 193$

Tom Robin: ~~+~~ −11, +2 fortgesetzt

$a_8 = 61 \quad a_9 = 63 \quad a_{10} = 52$

Bastian: +18, −3 fortgesetzt

$a_8 = 75 \quad a_9 = 72 \quad a_{10} = 90$

Christian J: von der 8 werden <u>zwei</u> Zahlen berechnet mit +2 und ·2

Mit dem „·2-Ergebnis" wird weitergerechnet $a_8 = 66 \quad a_9 = 128 \quad a_{10} = 130$

Helga: periodische Fortsetzung von

4, 6, 4, 7 also

$a_8 = 7 \quad a_9 = 4 \quad a_{10} = 6$

Aman: $\cdot 2, \ -9, \ +7$ fortgesetzt, also

$a_8 = 124 \quad a_9 = 115 \quad a_{10} = 122$