

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

6. Übung: Goldener Schnitt und Fünfeck

Abgabe: Mi 12.12. /Do 13.12.

Präsenzübungen für Mittwoch, 5.12. / Donnerstag, 6.12.

1. Wiederholung Zahlenfolgen

a. Vervollständigen Sie die (Grundschul-) übung und setzen Sie sich logisch fort:

$1 \cdot 1 =$	$2 \cdot 2 =$	$3 \cdot 3 =$	$4 \cdot 4 =$	$a_k =$
	$1 \cdot 3 =$	$2 \cdot 4 =$	$3 \cdot 5 =$	$b_k =$
		$1 \cdot 5 =$	$2 \cdot 6 =$	$c_k =$
			$1 \cdot 7 =$	$d_k =$

Geben Sie für die Zahlenfolgen jeweils eine rekursive (mit Startzahl) und eine explizite Form an.

b. Begründen Sie die expliziten Formen

- i. in einem Punktemuster
- ii. algebraisch

2. Was ist $0,123_5$? (Der Index gibt wieder das Basissystem an.)

Hausübungen, Abgabe siehe oben

1. Variation zur Fibonnacci-Folge

Betrachten Sie die rekursiv definierte Folge $a_{k+1} = a_k + a_{k-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_3 = 1$.

a. Schreiben Sie die Folgenglieder explizit auf bis a_{20} .

b. Bilden Sie die Quotienten $\frac{a_{19}}{a_{20}}$ und $\frac{a_{18}}{a_{19}}$.

(Eine schöne Lösung ist, wenn Sie zu a. und b. eine Rechenblatt (Excel)-Tabelle programmieren)

c. Kommentieren Sie die nachfolgende Umformung Schritt für Schritt

$$a_{k+1} = a_k + a_{k-2} \quad (1)$$

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = 1 + \frac{a_{k-2}}{a_k} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\frac{a_k}{a_{k+1}}} = 1 + \frac{1}{\frac{a_k}{a_{k-2}}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\frac{a_k}{a_{k+1}}} = 1 + \frac{1}{\frac{a_{k-1}}{a_{k-2}} + \frac{a_{k-3}}{a_{k-2}}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\frac{a_k}{a_{k+1}}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\frac{a_{k-2}}{a_{k-1}}} + \frac{a_{k-3}}{a_{k-2}}} \quad (5)$$

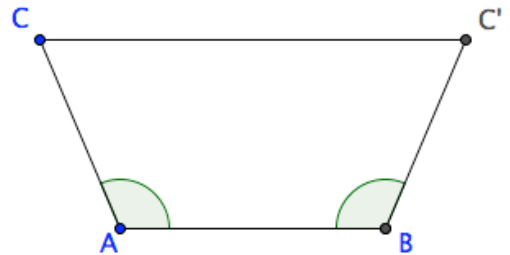
$$\frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{x} + x} \quad (6)$$

d. Formen Sie Gleichung (6) um in die Nullstellensuche eines Polynoms.

e. Zeigen Sie, dass der Quotient $\frac{a_{19}}{a_{20}}$ (siehe b.) näherungsweise eine Nullstelle des Polynoms aus d. ist.

2. Berechnen Sie für die klassischen Fibonacci-Zahlen $S_n = F_1 + F_2 + \dots + F_n, n = 1, 2, \dots, 10$. Welche Regelmäßigkeit fällt Ihnen auf? Formulieren Sie diese Regelmäßigkeit formal und beweisen Sie sie mit vollständiger Induktion.

3. Beweisen Sie:
 $|AC| = |BC'|$ und $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle C'BA| \Rightarrow AB \parallel CC'$



4. Die Kantenlänge a ist vorgegeben. Daraus wird im ersten Bild ein Quadrat gezeichnet.



Bild 1

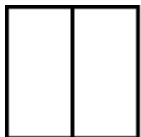


Bild 2

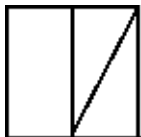


Bild 3

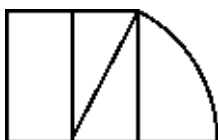


Bild 4

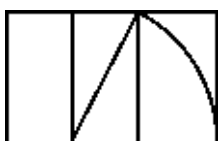


Bild 5



Bild 6

Ergänzen Sie neben den Bildern beschreibenden Text und weisen Sie dann nach, dass am Ende die längere Kante des Rechtecks die Diagonalenlänge d zur Kante a für das reguläre Fünfeck ist.