

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

6. Übung: Goldener Schnitt und Fünfeck

Abgabe: Mi 12.12. /Do 13.12.

Präsenzübungen für Mittwoch, 5.12. / Donnerstag, 6.12.

1. Wiederholung Zahlenfolgen

a. Vervollständigen Sie die (Grundschul-) übung und setzen Sie sich logisch fort:

$$\begin{array}{llllll} 1 \cdot 1 = & 2 \cdot 2 = & 3 \cdot 3 = & 4 \cdot 4 = & a_k = \\ & 1 \cdot 3 = & 2 \cdot 4 = & 3 \cdot 5 = & b_k = \\ & & 1 \cdot 5 = & 2 \cdot 6 = & c_k = \\ & & & 1 \cdot 7 = & d_k = \end{array}$$

Geben Sie für die Zahlenfolgen jeweils eine rekursive (mit Startzahl) und eine explizite Form an.

- b. Begründen Sie die expliziten Formen
- in einem Punktemuster
 - algebraisch

2. Was ist $0,123_5$? (Der Index gibt wieder das Basissystem an.)

Hausübungen, Abgabe siehe oben

1. Variation zur Fibonnacci-Folge

Betrachten Sie die rekursiv definierte Folge $a_{k+1} = a_k + a_{k-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_3 = 1$.

a. Schreiben Sie die Folgenglieder explizit auf bis a_{20} .

b. Bilden Sie die Quotienten $\frac{a_{19}}{a_{20}}$ und $\frac{a_{18}}{a_{19}}$.

(Eine schöne Lösung ist, wenn Sie zu a. und b. eine Rechenblatt (Excel)-Tabelle programmieren)

c. Kommentieren Sie die nachfolgende Umformung Schritt für Schritt

$$a_{k+1} = a_k + a_{k-2} \quad (1)$$

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = 1 + \frac{a_{k-2}}{a_k} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\frac{a_{k+1}}{a_k}} = 1 + \frac{1}{\frac{a_{k-2}}{a_k}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\frac{a_{k+1}}{a_k}} = 1 + \frac{1}{\frac{a_{k-1}}{a_{k-2}} + \frac{a_{k-3}}{a_{k-2}}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\frac{a_{k+1}}{a_k}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\frac{a_{k-2}}{a_{k-1}}} + \frac{a_{k-3}}{a_{k-2}}} \quad (5)$$

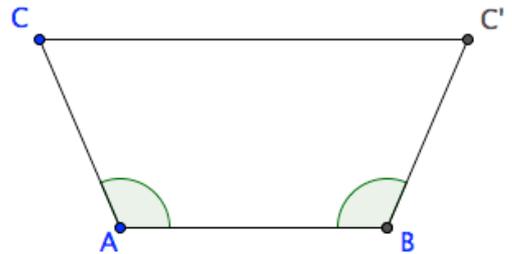
$$\frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{x} + x} \quad (6)$$

d. Formen Sie Gleichung (6) um in die Nullstellensuche eines Polynoms.

e. Zeigen Sie, dass der Quotient $\frac{a_{19}}{a_{20}}$ (siehe b.) näherungsweise eine Nullstelle des Polynoms aus d. ist.

2. Berechnen Sie für die klassischen Fibonacci-Zahlen $S_n = F_1 + F_2 + \dots + F_n, n = 1, 2, \dots, 10$. Welche Regelmäßigkeit fällt Ihnen auf? Formulieren Sie diese Regelmäßigkeit formal und beweisen Sie sie mit vollständiger Induktion.

3. Beweisen Sie:
 $|AC| = |BC'|$ und $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle C'BA| \Rightarrow AB \parallel CC'$



4. Die Kantenlänge a ist vorgegeben. Daraus wird im ersten Bild ein Quadrat gezeichnet.

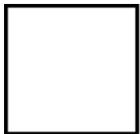


Bild 1

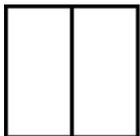


Bild 2

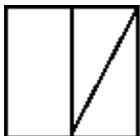


Bild 3

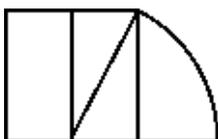


Bild 4



Bild 5



Bild 6

Ergänzen Sie neben den Bildern beschreibenden Text und weisen Sie dann nach, dass am Ende die längere Kante des Rechtecks die Diagonalenlänge d zur Kante a für das reguläre Fünfeck ist.