AAM
SoSe03,
d. 26. Januar 2006

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

Blatt 13

1. Bestimmen Sie die Anzahl der minimalen Taxirouten in Manhattan von $A = (0, 0)$ nach $B = (21, 19)$.

2. Die 1-Dim Irrfahrt: Ein Teilchen bewegt sich schrittweise auf einer senkrechten Geraden. Bei jedem Schritt bewegt es sich um eine Einheit nach oben oder nach unten und jeder Schritt kostet eine Zeiteinheit. Ferner nehmen wir an, daß die möglichen Positionen des Teilchens durch die Menge der ganzen Zahlen (ganzzahliges Gitter) auf einer Koordinatenachse (y-Achse) gegeben sind. Die Bewegung wird dargestellt als Graph (Zickzacklinie). Die Koordinatenachsen sind: die Zeitachse OT - waagerecht von links nach rechts, und die Raumachse OY - senkrecht von unten nach oben. Wir nennen das (t, y)- Darstellung.

Sei $L(t, y)$ die Anzahl aller möglichen Wege des Teilchens in der (t, y)-Darstellung, die die Punkte $(0, 0)$ und (t, y) verbinden $(0 < y \leq t)$:

- Zeigen Sie, daß

$$L(t, y) = \begin{cases} \binom{t}{\frac{t+y}{2}} & t,\ y \text{ beide gerade oder beide ungerade} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Finden Sie die Anzahl aller möglichen Wege des Teilchens in der $(t, y)-$Darstellung, die den Punkt (t_0, y_0) mit dem Punkt (t, y) verbinden $(0 < t_0 < t,\ 0 < y_0 \leq t_0, 0 < y_0 < x \leq t)$.

3. Seien $A = (t_0, y_0), B = (t, y),\ 0 < t_0 < t,\ 0 < y_0 < y$, Punkte mit ganzzahligen Koordinaten. Zeigen Sie, daß die Anzahl aller möglichen Wege des Teilchens von A nach B, die die OT Achse berühren oder schneiden, $L(t - t_0, y + y_0)$ ist.

4. Der Weg des Teilchens heißt positiv, falls alle seine Eckpunkte (außer $(0, 0)$) oberhalb der OT Achse liegen. Bestimmen Sie die Anzahl aller möglchen positiven Wege des Teilchens von $(0, 0)$ nach $(t, y), 0 < y < t$.