

## Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

### Blatt 10

1. (*Treppensteigen*) Bei jeder Stufe kann man sich die Frage stellen: Nehme ich die Stufe oder überspringe ich die Stufe. Die erste Stufe muss man auf jeden Fall betreten. Auf wieviele verschiedene Arten kann man nun die Treppe hinaufgehen?

2. Zeigen Sie, dass die Fibonacci Zahlen  $F_n$  und  $F_{n+1}$  teilerfremd sind.

3.

- Finden Sie alle  $\alpha$ , so dass  $a_n = \alpha^n$  der Rekursion  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  für  $n = 0, 1, 2, \dots$  genügt;
- Zeigen Sie, dass für alle  $\lambda_1, \lambda_2$ ,  $b_n = \lambda_1 G^n + \lambda_2 (-G)^{-n}$  der obigen Rekursion für  $n = 0, 1, 2, \dots$  genügt. Hier  $G = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ;
- Finden Sie die Zahlen  $C_1$  und  $C_2$ , so dass

$$F_n = C_1 G^n + C_2 (-G)^{-n}$$

für  $n = 0, 1, \dots$

Hinweis:  $F_0 = F_1 = 1$

4. Berechnen Sie  $\frac{F_{n+1}}{F_n}$  für  $n = 0, 1, 2, \dots, 50$  mit einem Tabellenkalkulationsprogramm. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit  $G$ .

5. Zeigen Sie, dass  $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2G} = \frac{g}{2}$  und  $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{G}{2} = \frac{1}{2g}$ . Hier  $G = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  und  $g = G - 1$ .

Tip: Betrachten Sie das goldene Dreieck.