

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

Blatt 9, Teil 2

1. Betrachten Sie die Rekursion

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right) \\x_0 &= a, \quad a > 1.\end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß

- $x_n^2 \geq a$ für $n = 0, 1, 2, \dots$;
- $x_n \geq x_{n+1}$ für $n = 0, 1, 2, \dots$;
- Konvergiert die Folge $(x_n)_n$?
- Berechnen Sie den Grenzwert der Folge $(x_n)_n$.

2. Wieviele reelle Nullstellen hat das Polynom $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1$. In welchen Intervallen liegen die Nullstellen? Berechnen Sie die Nullstellen mit Hilfe des Newtonverfahrens und eines Tabellenkalkulationsprogramms.