

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

Blatt 7

1. Formulieren Sie die Hockey-Schlägerregel für das Pascalsche Dreieck. Beweisen Sie diese Regel.

2. Beweisen Sie die binomische Formel

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \cdots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \cdots + \binom{n}{n}b^n.$$

3. Zeigen Sie, daß

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \cdots + (-1)^k \binom{n}{k} + \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0.$$

4. Zeigen Sie, daß

$$\binom{2n}{n} = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{k}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2$$

Hinweis: Betrachte $(1 + x)^n(1 + x)^n = (1 + x)^{2n}$.

5. Formulieren Sie mit Hilfe der Dezimalziffern die Teilbarkeitsregel für die Zahlen 2, 4, 3, 9, 5, 10, 11. Beweisen Sie diese Regel.