

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

Blatt 5

A) P_n sei ein regelmäßiges n -Eck, **um**geschrieben um den Kreis mit Radius 1. Die Seitenlänge von P_n sei S_n . Dann ist der Umfang $U_n = nS_n$.

1. Finden Sie eine natürliche Konstruktion von P_{2n} mit Hilfe des n -Ecks P_n ;
2. Berechnen Sie S_{2n} mit Hilfe von S_n ;
3. Berechnen Sie die Folge der Umfänge
 - $U_4, U_8, U_{16}, \dots, U_{2^{20}}$,
 - $U_3, U_6, U_{12}, \dots, U_{3 \cdot 2^{20}}$,

mit einem Tabellenkalkulationsprogramm. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit 2π .

B) Π_n sei ein regelmäßiges n -Eck, **eingeschrieben** in den Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt M . Die Eckpunkte von Π_n seien E_1, E_2, \dots, E_n . Außerdem sei α_n der Winkel zwischen $\overline{ME_1}$ und $\overline{ME_2}$. Es gilt $\alpha_n = \frac{2\pi}{n}$.

1. Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{E_1E_2}$ mit Hilfe von $\sin \frac{\alpha_n}{2}$;
2. Berechnen Sie die Folge der Umfänge $U_4, U_8, U_{16}, \dots, U_{2^{20}}$ mit einem Tabellenkalkulationsprogramm. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit 2π ;
3. Was folgt aus Aufgabenteil B2 für den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin x_n}{x_n}$ mit $x_n = \frac{\pi}{n}$.
4. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ (z. B. mit einem graphischen Taschenrecher, Tabellenkalkulationsprogramm, ...). Interpretieren Sie das Ergebnis des Aufgabenteils B3.