

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

Blatt 4

1. Zeigen Sie, dass die Summe

- aller Quadratzahlen $Q_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ die folgende Form hat $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$,
- aller kubischen Zahlen $C_n = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$ die folgende Form hat $(\frac{n(n+1)}{2})^2$.

2. Visualisieren Sie die binomische Formel

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

3. *Zu den gestapelten Holzklötzen*

Wir nummerieren die Klötze von oben nach unten

- Zeichnen Sie die Situation für 4 Klötze, wobei der unterste (4.) Klotz vollständig auf der Tischplatte liegt. Wählen Sie 6 cm für die Klotzlänge.
- Der 3. Klotz ragt $1/6$ über den 4. Klotz. Dieses Ergebnis sollen Sie ausrechnen, indem Sie den Überhang des 3. Klotzes mit x bezeichnen und dann den Ansatz machen, dass die Hälfte der 3 oberen Klötze rechts von der Vorderkante des 4. Klotzes liegt und die andere Hälfte links.

4. *Zur harmonischen Reihe* $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n = 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots$

Wie viele Summanden muss man aufaddieren um 3 zu überschreiten? Versuchen Sie, die ersten 16 Brüche möglichst geschickt aufzuaddieren. Geben Sie nun eine begründete Schätzung dafür, wie weit Sie summieren müssen um 4 zu überschreiten.