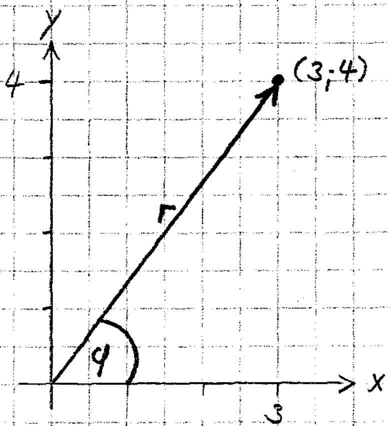
Blatt 10

Aufg. 1

a) $x = r \cdot \cos\varphi = 7 \cdot \cos 30^\circ = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \underline{\underline{6{,}0621778}}$

$y = r \cdot \sin\varphi = 7 \cdot \sin 30^\circ = 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = \underline{\underline{3{,}5}}$

b) (i)



Messung: $r = 5$, $\varphi = 53^\circ$

(ii) $r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \underline{\underline{5}}$ (Pythagoras)

$\varphi = \arctan \frac{y}{x} = \arctan \frac{4}{3} \approx \underline{\underline{53{,}130102^\circ}}$

c) $r = \sqrt{x^2+y^2}$ (Pythagoras)

φ siehe Wikipedia ! (versch. Formeln möglich) (mit Fallunterscheidung !)

angehängt !

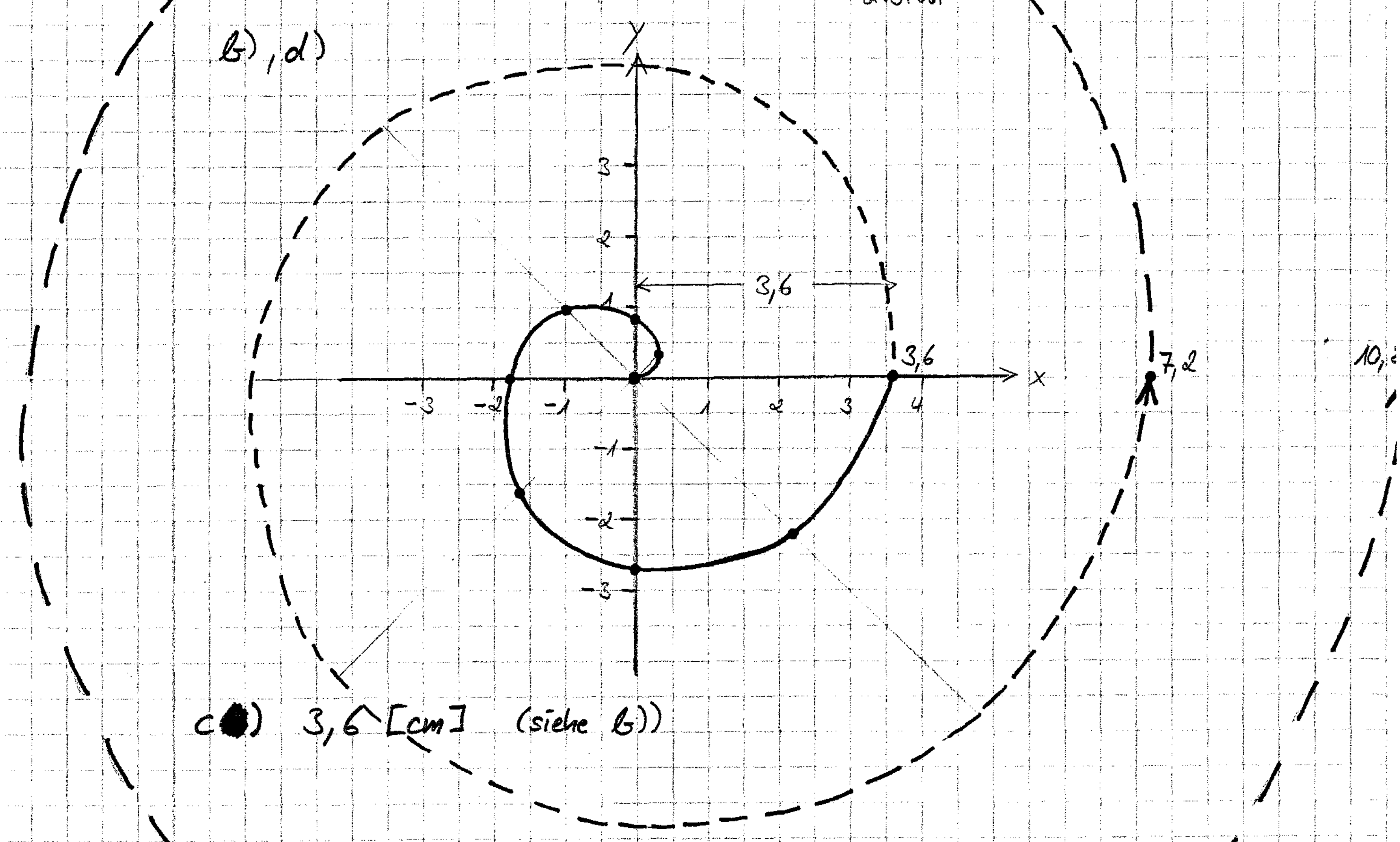
Aufg. 2

a) Wertetabelle:

φ	r	x ($r\cos\varphi$)	y ($r\sin\varphi$)
0°	0	0	0
45°	0,45	0,318	0,318
90°	0,9	0	0,9
135°	1,35	−0,955	0,955
180°	1,8	−1,8	0
225°	2,25	−1,591	−1,591
270°	2,7	0	−2,7
315°	3,15	2,227	−2,227
360°	3,6	3,6	0

u.s.w.

b), d)



c) 3,6 [cm] (siehe b))

e) $r = 0{,}01 \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \varphi = \frac{1{,}8}{\pi}\varphi$

$\left(\varphi = 0,\ \frac{1}{4}\pi,\ \frac{1}{2}\pi,\ \frac{3}{4}\pi,\ 1\pi,\ 1\frac{1}{4}\pi, \ldots \quad \& \quad \pi \mathrel{\hat=} 180° \right.$

$\left. \mathrel{\hat=} 0,\ \frac{1}{4}\cdot 180°,\ \frac{1}{2}\cdot 180°,\ \frac{3}{4}\cdot 180°,\ 1\cdot 180°,\ 1\frac{1}{4}\cdot 180°, \ldots \right)$

Aufg. 3

Werte aus der Zeichnung: Am genausten wird es, wenn man möglichst große Werte nimmt !!!

φ	r
$900°$	$2{,}2$
$1080°$	$3{,}2$
$1260°$	$4{,}35$

$$r = a\varphi^2 \iff a = \frac{r}{\varphi^2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2{,}2}{900^2} = \frac{2{,}2}{810000} \approx 2{,}716 \cdot 10^{-6}$$

$$= \frac{3{,}2}{1080^2} = \frac{3{,}2}{1166400} \approx 2{,}743 \cdot 10^{-6}$$

$$= \frac{4{,}35}{1260^2} = \frac{4{,}35}{1587600} \approx 2{,}740 \cdot 10^{-6}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a \approx 2{,}733 \cdot 10^{-6}}}$$

Probe:

$$\underline{\underline{r(400)}} = a \cdot 400^2 \approx 2{,}733 \cdot 10^{-6} \cdot 160000 = \underline{\underline{0{,}43728}} \quad (\approx 0{,}44)$$

Aufg. 4

gegeben: $\frac{r_{n+1}}{r_n} \overset{1.}{=} k \quad \forall n \in \mathbb{N}$ und $d_n \overset{2.}{=} r_n - r_{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$

zu zeigen: $\frac{d_{n+1}}{d_n} = \text{konstant}.$

Es gilt:

$$\frac{d_{n+1}}{d_n} \overset{2.}{=} \frac{r_{n+1} - r_n}{r_n - r_{n-1}} = \underbrace{\frac{r_{n+1}}{r_n}}_{\overset{1.}{=} k} \cdot \frac{1 - \overbrace{\frac{r_n}{r_{n+1}}}^{\overset{1.}{=}\frac{1}{k}}}{1 - \underbrace{\frac{r_{n-1}}{r_n}}_{\overset{1.}{=}\frac{1}{k}}} = k \cdot \frac{1-k}{1-k} = \underline{\underline{k}}.$$

$$\| $$

$$\left(\frac{\overbrace{\frac{r_{n+1}}{r_n}}^{k=} - 1}{1 - \underbrace{\frac{r_{n-1}}{r_n}}_{=\frac{1}{k}}} = \frac{k-1}{1-\frac{1}{k}} = \frac{k-1}{\frac{k-1}{k}} = (k-1) \cdot \frac{k}{k-1} = \underline{\underline{k}} \right)$$