

Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

10. Übung Spiralen 1. Teil

Abgabe: Do, 18. Januar 2007

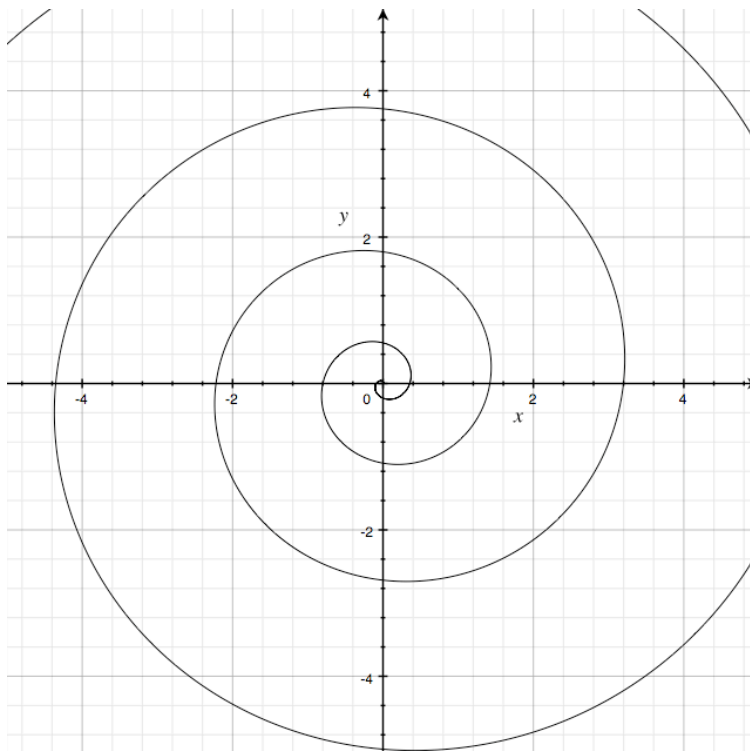
1. Polarkoordinaten

- Geben Sie zum Punkt mit $r = 7$ und $\varphi = 30^\circ$ die kartesischen Koordinaten an.
- Geben Sie zum Punkt mit $x = 3$ und $y = 4$ die Polarkoordinaten an.
 - Lösen Sie das Problem durch eine Zeichnung und Messen der Größen.
 - Lösen Sie das Problem rechnerisch.
- Wie berechnet man allgemein r und ϕ , wenn x und y gegeben sind?

2. Eine archimedische Spirale ist gegeben durch $r = 0,01\varphi$, wobei ϕ in Grad gemessen werden soll.

- Legen Sie eine Wertetabelle an für $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, \dots, 360^\circ$.
- Zeichnen Sie die Punkte der Wertetabelle in ein Achsenkreuz und zeichnen Sie die erste Windung der Spirale.
- Wie dick sind die Windungen der Spirale?
- Verwenden Sie c, um die nächsten beiden Windungen der Spirale zu skizzieren.
- Wie lautet die Gleichung der Spirale, wenn ϕ in Bogenmaß gemessen wird?

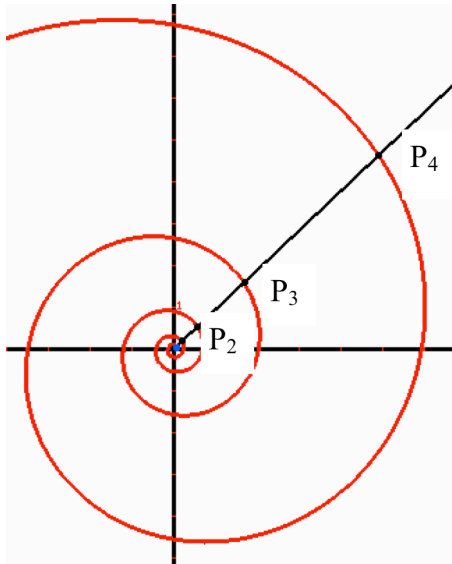
3.



Die Abbildung zeigt eine Spirale zur Gleichung $r = a\varphi^2$. Dabei soll ϕ wieder in Grad gemessen werden. Bestimmen Sie durch Ablesen von Werten aus der Zeichnung möglichst gut den Parameter a . Beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

Berechnen Sie dann zur Probe $r(400)$ und prüfen Sie das rechnerische Ergebnis in der Zeichnung.

4.



Wir hatten in der Vorlesung gesehen, dass bei einer logarithmischen Spirale die Folge der Radien, die die Schnittpunkte eines Messstrahls mit der Spirale bilden, eine geometrische Folge bilden.

Ist also zum Punkt P_n der Radius r_n , so gilt $\frac{r_{n+1}}{r_n} = k$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Es sei nun $d_n = r_n - r_{n-1}$ die „Dicke“ des Spiralarms, gemessen am Messstrahl zwischen P_n und P_{n-1} . Zeigen Sie, dass dann auch das Verhältnis von aufeinander folgenden

Dicken, also $\frac{d_{n+1}}{d_n}$, konstant ist. Welche Konstante in Abhängigkeit von k ergibt sich?