

## Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

## 8. Übung Pascalsches Dreieck und Wahrscheinlichkeit

Abgabe: Do, 14. Dezember 2006

1. Bestimmen Sie die Anzahl der minimalen Taxirouten in Manhattan von  $A(0;0)$  nach  $B(21;19)$
2. Beweisen Sie formal mit der Rekursion  $c(n+1, k) = c(n, k-1) + c(n, k)$ ,  $n, k \in \mathbb{N}_0$  und den Randwerten  $c(n, 0) = c(n, n) = 1$  die Hockeyschläger-Regel.

3. Sie schreiben im Pascalschen Dreieck die einstelligen Zahlen bewusst zweistellig mit einer führenden Null. Also

```

      01
     01 01
    01 02 01
   01 03 03 01

```

u.s.w.

Nun interpretieren Sie wieder eine Zeile als eine Zahl, also die für  $n=3$  als 01030301. Welchen Rechenrick analog zum Rechenrick der 11er-Potenzen erhalten Sie hier?

4. Aus zwei mach drei! Wir wollen hier einige Überlegungen der Vorlesung auf den Fall von drei Ergebnissen übertragen.  
Harry Potter besitzt magische Münzen, die nach dem Werfen drei (!! magisch, magisch) Seiten zeigen können, Kopf (K), Zahl (Z) oder Wappen (W).
  - a. Überlegen Sie, wie man rekursiv für den Fall 3x Kopf, 2x Zahl, 4x Wappen die Anzahl der Kombinationen herleiten kann, wenn man alle Kombinationszahlen für den Wurf von 8 Münzen bereits kennt.  
Wir bezeichnen die Anzahl der Kombinationen von  $k$  Mal Kopf,  $z$  Mal Zahl und  $w$  Mal Wappen mit  $a(k, z, w)$ . Hier geht es also konkret um  $a(3, 2, 4)$
  - b. Welche Rekursionsgleichung gilt nach den konkreten Überlegungen aus a. offensichtlich für  $a(k, z, w)$ ?
  - c. Welche Startwerte und „Randbeziehungen“ müssen Sie definieren/bestimmen, damit die Zahlen  $a(k, z, w)$  eindeutig festgelegt sind? Berechnen Sie aus diesen Festlegungen und der allgemeinen Rekursion nach b. alle Kombinationsanzahlen beim Werfen mit 2 und 3 magischen Münzen.
  - d. Im Fall des normalen Münzwurfes konnten wir alle Zahlen systematisch im Pascalschen Dreieck aufschreiben. Wie sähe das entsprechende Gebilde im Fall der drei Ergebnismöglichkeiten aus? Beschreiben Sie es knapp, ggfs. mit einer Skizze. Beschreiben Sie insbesondere, wie der Rand dieses Zahlensystems aussieht.