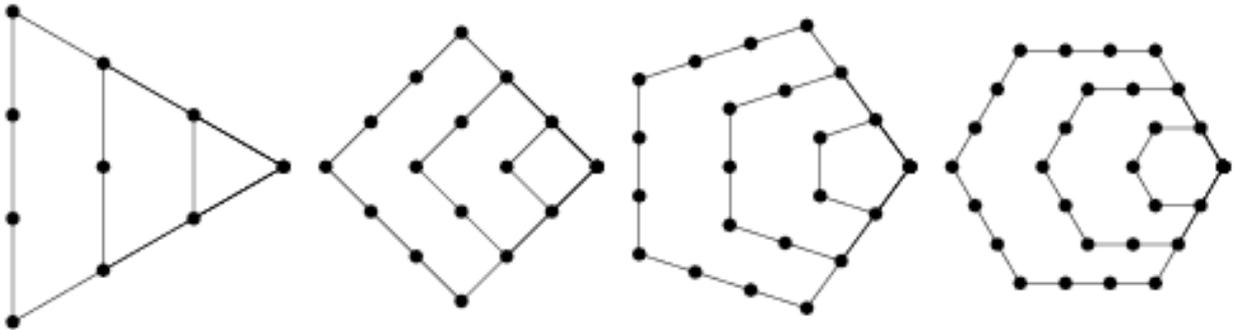


Ausgewählte Anwendungen der Mathematik

5. Übung Figurierte Zahlen

Abgabe: Do, 30. November 2006

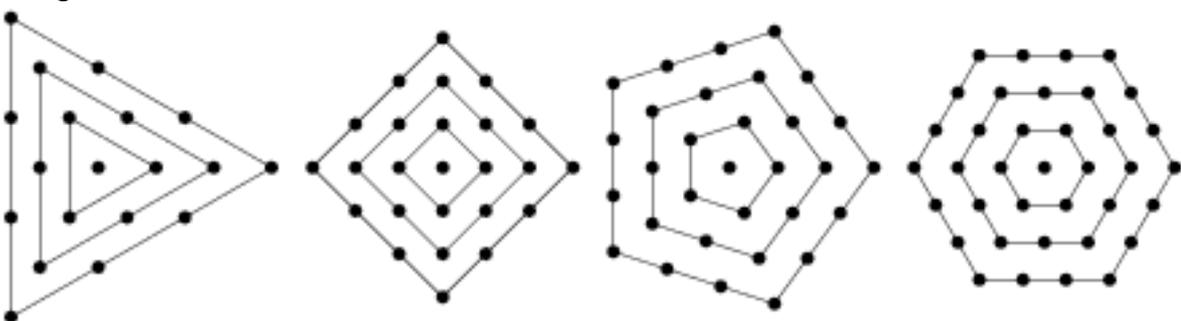
1. Aufgabe



Das Bild stellt dar, was man unter Dreiecks-, Quadrat-, Fünfecks- und Sechseckszahlen versteht. Unter $P_r(n)$ wollen wir die n -te r -Eckszahl verstehen. Wir beginnen immer bei 1 mit Zählen, also gilt $P_r(1) = 1$ für alle $r \geq 3, r \in \mathbb{N}$.

- a) Beschreiben Sie durch Text, wie man $P_7(3)$ konstruiert. Bestimmen Sie $P_7(3)$.
- b) Geben Sie eine rekursive Formel für $P_r(n)$ für allgemeines r und n an.
- c) Finden Sie eine explizite Formel für $P_r(n)$. Tipp: Zerlegen Sie die Figuren in Dreiecke und wenden Sie die explizite Formel für die Dreieckszahlen an.
- d) Welches ist die kleinste Zahl größer als 1, die sich auf zwei verschiedene Weisen als r -Eckszahl darstellen lässt und keine der beiden Darstellungen eine zweite r -Eckszahl ist.
 Formal: Gesucht ist das kleinste m mit $m > 1$ und $m = P_r(n) = P_{r'}(n')$ mit $r \neq r'$ und $n \neq n'$ und $n, n' \geq 3$.

2. Aufgabe



Das Bild stellt dar, was man unter zentrierten Dreiecks-, Quadrat-, Fünfecks- und Sechseckszahlen versteht. Unter $N_r(n)$ wollen wir die n -te zentrierte r -Eckszahl verstehen. Wir beginnen immer bei 1 mit Zählen, also gilt $N_r(1) = 1$ für alle $r \geq 3, r \in \mathbb{N}$.

- a) Beschreiben Sie durch Text, wie man $N_7(3)$ konstruiert. Bestimmen Sie $N_7(3)$.
- b) Geben Sie eine rekursive Formel für $N_r(n)$ für allgemeines r und n an.
- c) Finden Sie eine explizite Formel für $N_r(n)$.