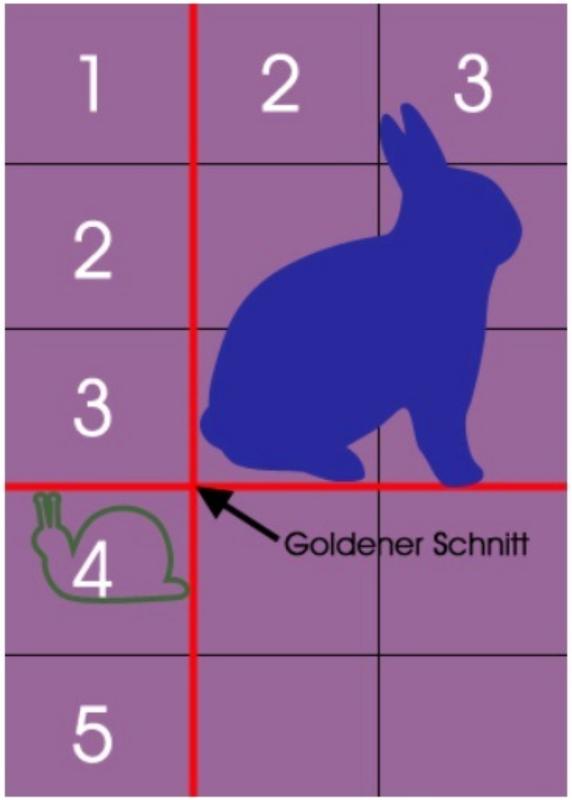
Goldener Schnitt

Der goldene Schnitt

Beim Goldenen Schnitt muss man nicht zwingend rechnen. Man stelle sich ein DIN A4 Blatt vor, dieses wird in 3 Teile zu 5 Teile aufgeteilt (also eineSeite ist ein wenig kleiner als die Hälfte, die andere ein wenig größer). Man kann auch 3 plus 5 rechnen; das sind dann 8 davon die Hälfte ist 4.



Wenn man das Blatt nun in mehrere gleich große Teile teilen würde, wäre der Goldene Schnitt entweder bei 3 oder bei 5 Teilen (im Beispiel 2:3 - rote Linien Bild oben).

An dieser Stelle gesetze Objekte liegen demnach im Goldenen Schnitt (entweder darüber wie der blaue Hase, oder darunter wie die grüne Schnecke). Die Objekte können aber auch an den anderen Seiten der roten Linie gesetzt werden.

Dies wirkt dann (da es keine absolute Symmetrie ist; die Motive liegen ja nicht in der exakten Mitte des Blattes) dynamisch undausgewogen.

Der goldene Schnitt

Beispiele:

Der goldene Schnitt

Goldener Schnitt – Die Drittel-Regel

Gefällt mir 13 | g+1 0 | Twittern

Bevor ich mich mit der Fotografie beschäftigte, habe ich mich häufig gefragt, warum das Werbeplakat von Gisele Bündchen so viel harmonischer auf mich wirkt, als das selbst geschossene Foto meiner geliebten Oma. Abgesehen von den marginalen optischen Unterschieden stieß ich auf die einfache Lösung: Profis fotografieren nach dem Goldenen Schnitt.

Der Goldene Schnitt legt zugrunde, nach welcher Regel wir das zu fotografierende Objekt am besten im Bild platzieren, um einen möglichst harmonischen Anblick für den Betrachter zu erzeugen. Und das ist keineswegs die Mitte.

Der goldene Schnitt

Der Goldene Schnitt
Harmonie und Proportion in Kunst, Design, Innenarchitektur und Architektur

Die in der Natur herrschenden Verhältnisse des gleichseitigen Dreiecks, des Quadrates, des gleichseitigen Fünfecks und des Goldenen Schnittes sind den Menschen schon immer vertraut gewesen und von ihnen als "naturgemäß und wohlgefällig" und daher als schön empfunden worden. Die Kunst benutzte in allen Stilpochen, ganz besonders aber in der griechischen Antike, im Mittelalter und in der Renaissance die Formen, die die Natur ihr bot:

Die "Goldenen Proportionen" - Der Goldene Schnitt

Es ist im Menschen schon sehr früh die Erkenntnis gereift, dass der Harmonie **ein verborgenes Gesetz** zugrunde liegen muss. Die regelmäßige, wohlproportionierte Form der Kristalle, die Maßverhältnisse des menschlichen Körpers, die Maßverhältnisse im Bau von Tieren und Pflanzen, die Strukturgesetze der Musik, Malerei, Plastik und Baukunst unterliegen alle einem geheimnisvollen Zahlenverhältnis.

5 Methoden zur genauen Ermittlung des Goldenes Schnittes:

5. Konstruktion des Goldenen Schnittes ohne Zirkel

Hat man keinen Zirkel zur Hand, kann man noch die folgende einfache Methode zur Ermittlung des Goldenes Schnittes anwenden:

Man teilt die betreffende Strecke in acht gleichgroße Teile und nimmt dann bei drei und fünf die harmonischen Teilungspunkte an.

Beispiel:
Die angenommene Strecke AB ist 24 cm lang, man rechnet wie folgt:

24 : 8	**= 3**	
3 x 5	= 15	= Teilstrecke Major
3 x 3	= 9	= Teilstrecke Minor

6. Üblich ist auch die Angabe des goldenes Schnittes im Zahlenverhältnis:

1 : 1,618

Der goldene Schnitt

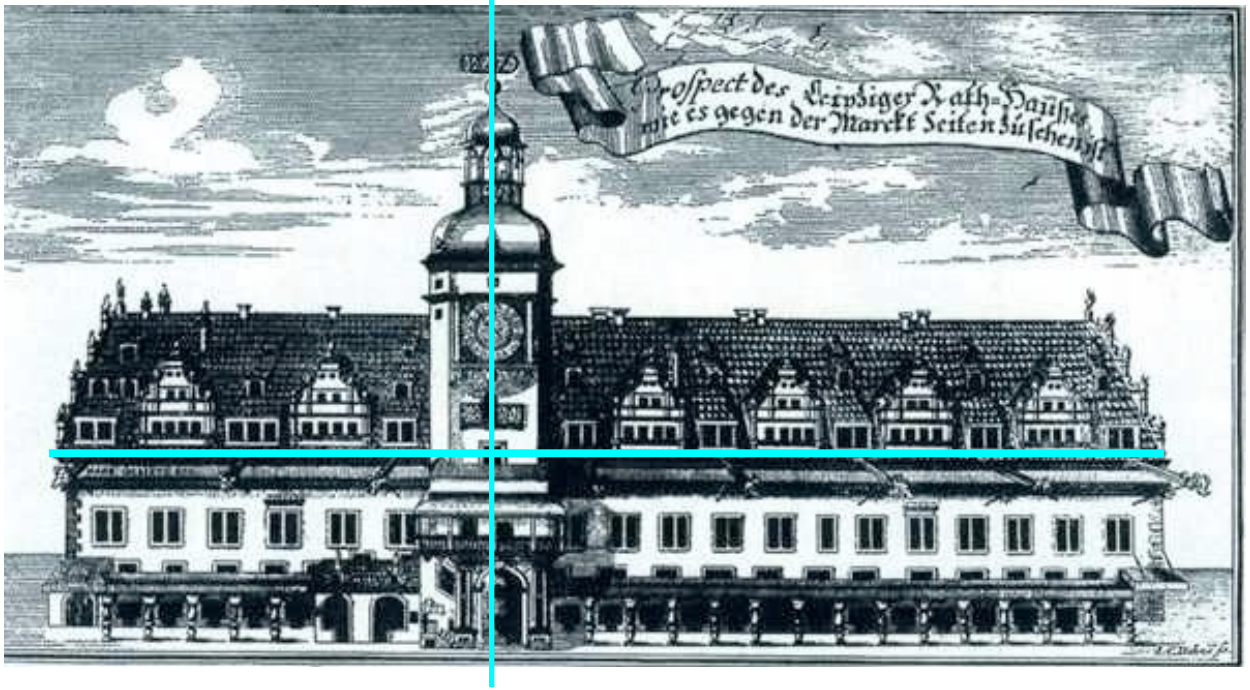
Der goldene Schnitt in der praktischen Anwendung

Wenn es auch heutzutage nicht mehr so häufig geschieht wie in früheren Epochen - die Proportionslehre und den goldenen Schnitt kann man heute genauso anwenden wie die alten Meister es taten - in der Architektur, Innenarchitektur und im Design jeder Art, bei Bauwerken genauso wie bei Möbeln oder in der Gartengestaltung...

Durch das Befolgen der altehrwürdigen Proportionslehre erhalten eine Eingangstür, ein Fenster, eine Fassadengestaltung, eine Raumaufteilung oder ein modernes Designermöbel einen harmonischen Anblick, das besondere Etwas, das den meisten Menschen nicht offensichtlich auffällt, aber besonders gut gefällt.

Autorin: Marianne Gollub
(Dipl. Innenarchitektin HDK, Dozentin)

Der goldene Schnitt

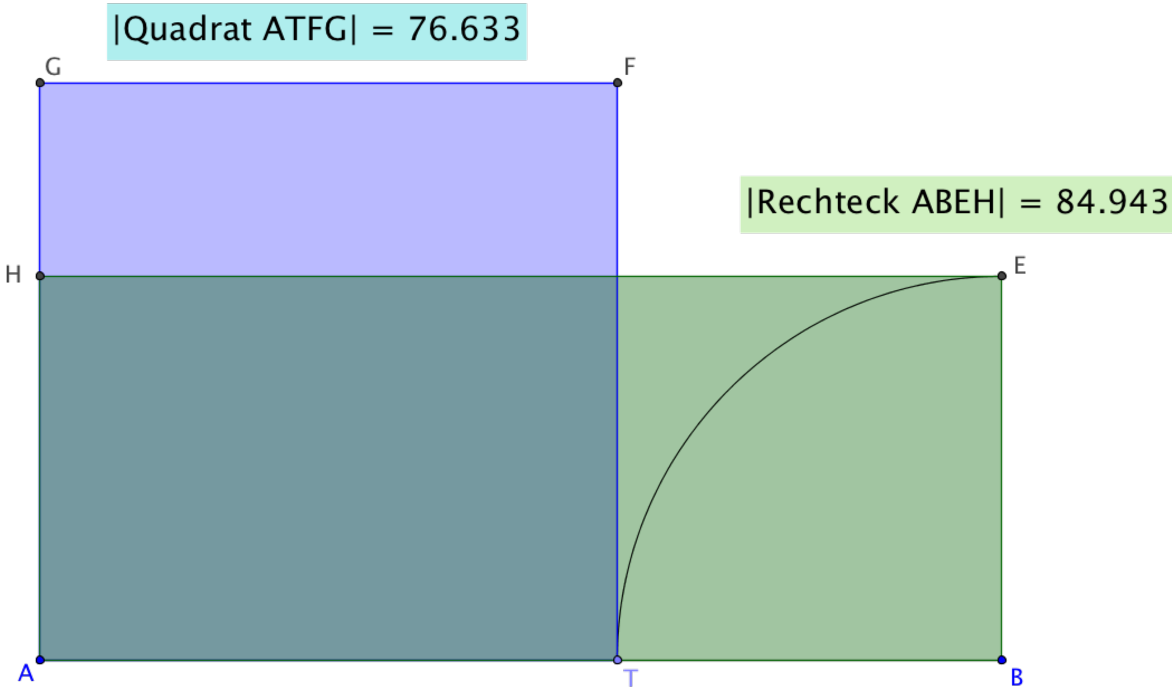


Altes Rathaus in Leipzig

2 Experimentier-
dateien

Der goldene Schnitt

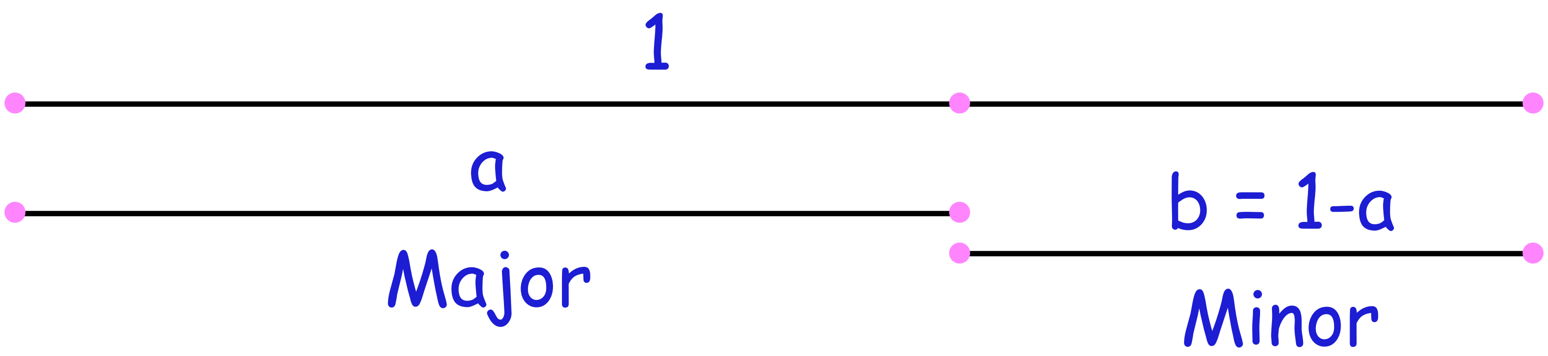
Euklid, zweites Buch der „Elemente“
11. Satz:
Eine gegebene Strecke so zu teilen, dass das Rechteck aus der ganzen Strecke und dem kleineren Teil gleich ist dem Quadrat über dem größeren Teil.



$$Teilverhältnis\ \frac{|AT|}{|AB|} = 0.6$$

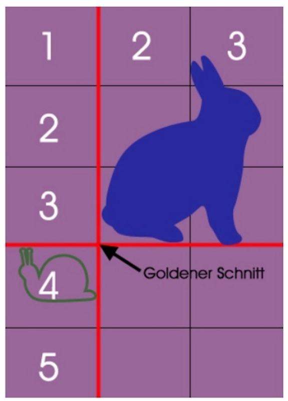
Experimentier-
datei

Der goldene Schnitt



Das Quadrat aus dem Major soll so groß sein wie das Produkt aus 1 und dem Minor.

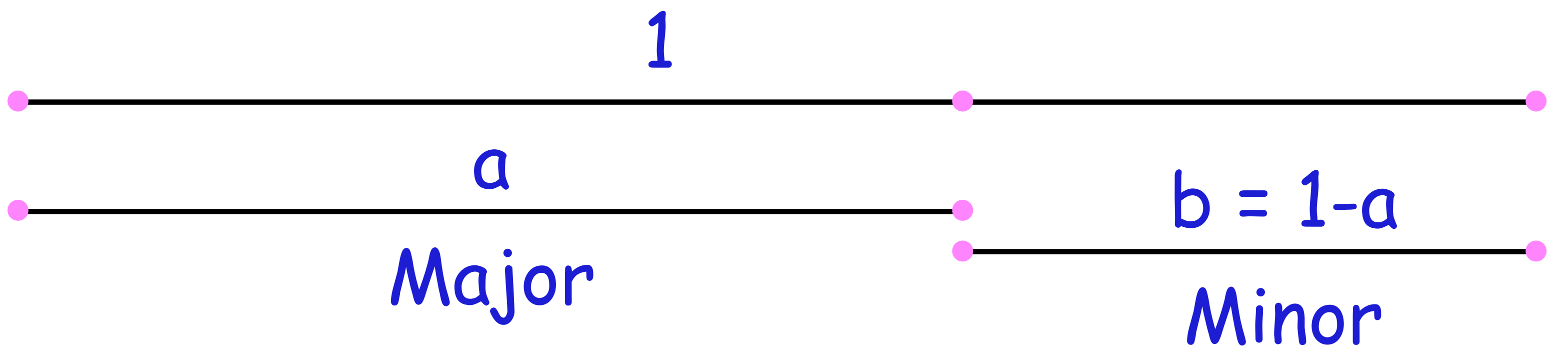
$$a^2 = 1 \cdot b = 1 - a$$



a	a^2	$1-a$
$\frac{2}{3} \approx 0{,}667$	$\frac{4}{9} \approx 0{,}444$	$0{,}333$
$\frac{3}{5} = 0{,}6$	$0{,}36$	$0{,}4$
$\frac{5}{8} = 0{,}625$	$\approx 0{,}391$	$0{,}375$

Keiner der „künstlerischen“ Brüche erfüllt die Definition des goldenen Schnitts!

Der goldene Schnitt



$$a^2 = 1 - a \quad | \; : a$$

$$a = \frac{1 - a}{a}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{1 - a}{a}$$

Andere Definition
Das Verhältnis Major : ganze Strecke soll gleich sein zum Verhältnis Minor : Major.

Der goldene Schnitt

$$a^2 = 1 - a$$

Das ist eine quadratische Gleichung in a.

$$a^2 + a - 1 = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$a = \frac{1}{2}\left(-1 \pm \sqrt{5}\right)$$

Ein negatives a ist keine Lösung des geometrischen Problems.

$$a = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{5}\right) = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0{,}618$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0{,}618$$

Praktische Anwendung
Man multipliziert die Länge der Strecke mit φ und erhält so die Länge des Majors für die Teilung im goldenen Schnitt.

Der goldene Schnitt

Probe für die Lösung $a = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

$$a^2 = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{4} = \frac{5-2\sqrt{5}+1}{4} = \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$1-a = 1-\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{2}-\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2-\sqrt{5}+1}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

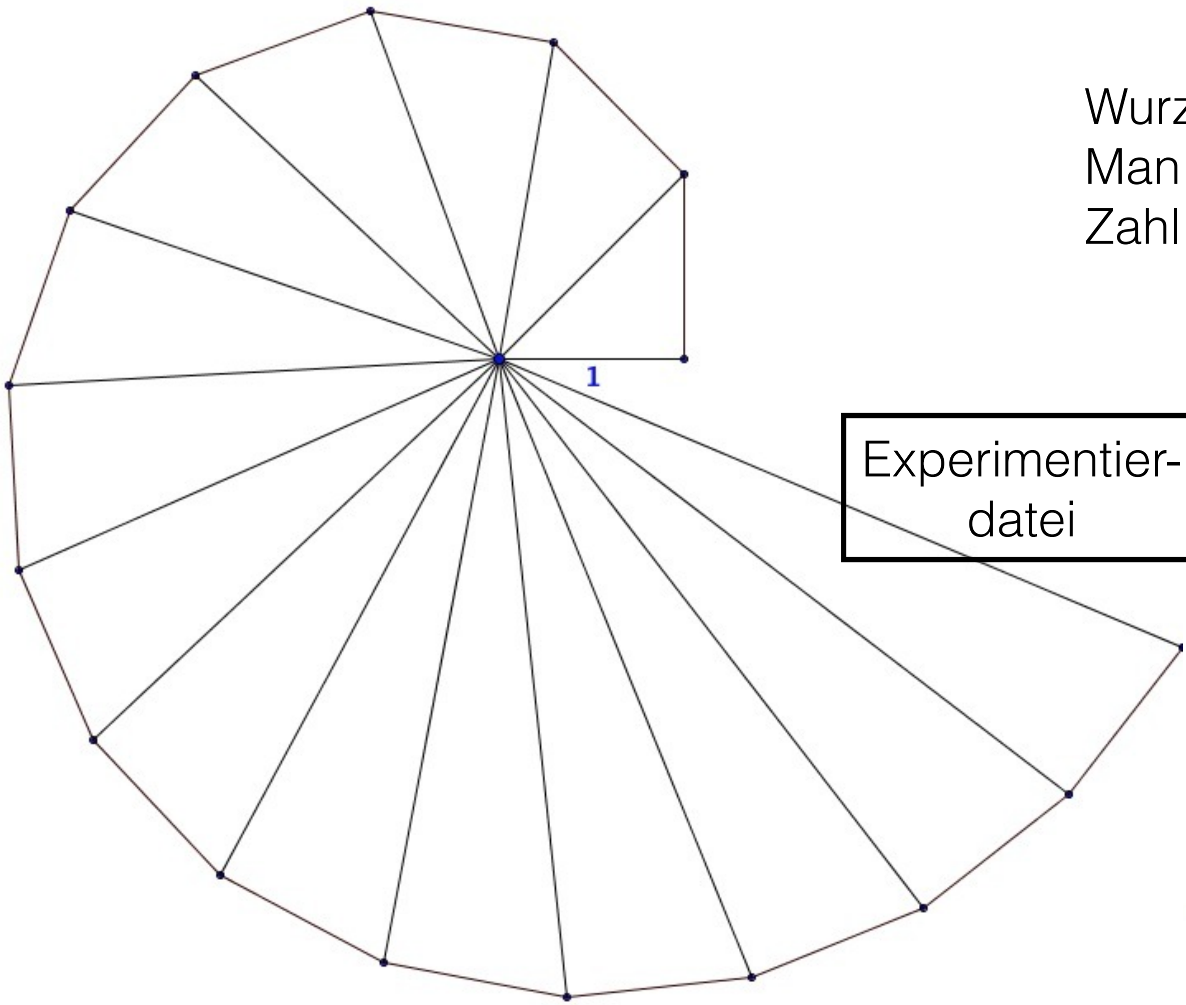
Probe mit a ≈ 0,618

$$a^2 \approx 0{,}618^2 = 0{,}381924$$

$$1-a \approx 1-0{,}618 = 0{,}382$$

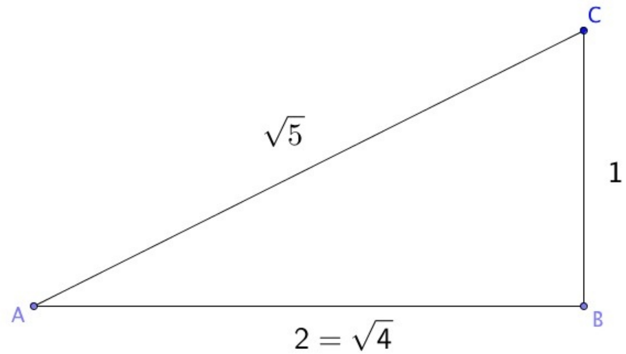
Der goldene Schnitt

Eine Strecke zu teilen ist ein geometrisches Problem.
Gibt es dafür auch eine geometrische, eine konstruktive Lösung?



Wurzelspirale
Man kann zu jeder natürlichen Zahl die Wurzel konstruieren.

Experimentier-
datei

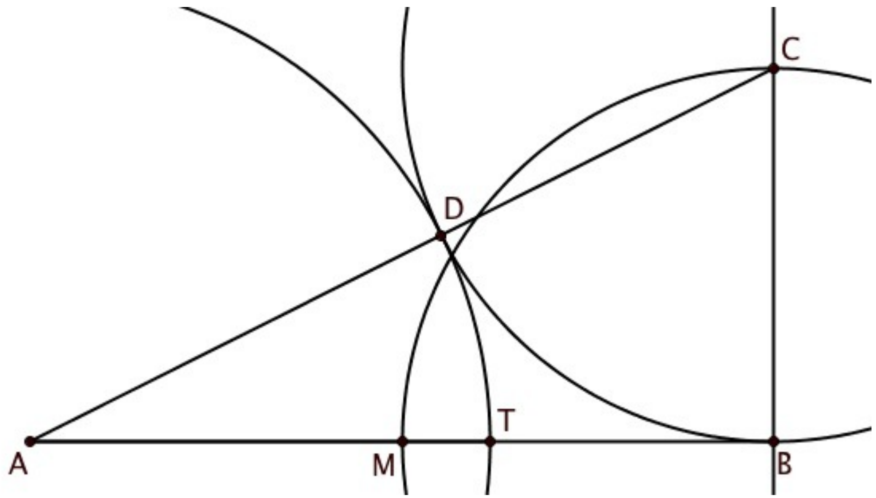


Der goldene Schnitt

Gegeben ist eine Strecke mit der Länge s. Dann erhält man die Länge des Majors für den goldenen Schnitt, wenn man s mit φ multipliziert.

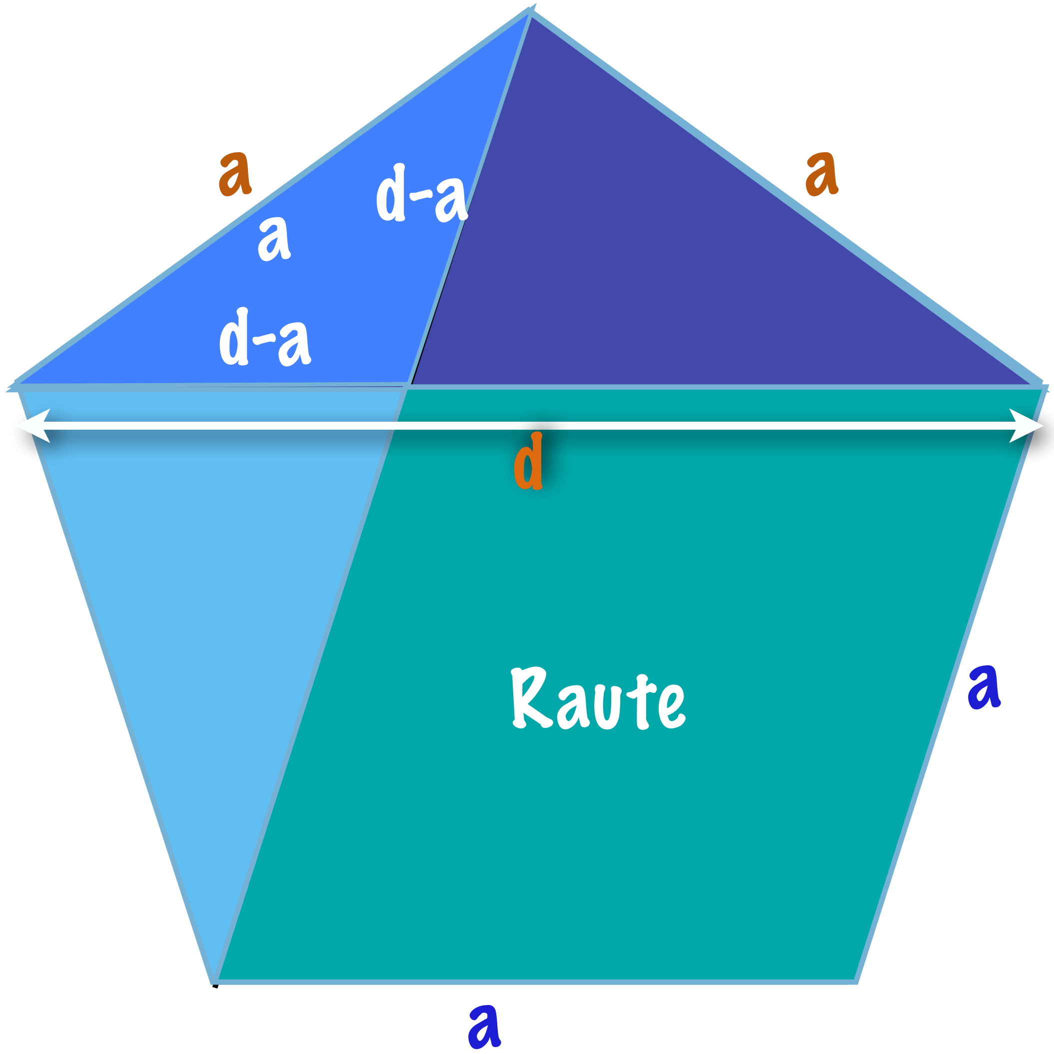
$$s \cdot \varphi = s\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{s}{2}\left(\sqrt{5}-1\right) = \frac{s}{2}\sqrt{5} - \frac{s}{2}$$

D.h. man muss zu s/2 die $\sqrt{5}$ -fache Länge konstruieren und davon s/2 abziehen.



Experimentier-
datei

Das Fünfeck und der goldene Schnitt



$$\frac{a}{d} = \frac{d-a}{a}$$

Das Fünfeck und der goldene Schnitt

$$\frac{a}{d} = \frac{d-a}{a} = \frac{\frac{d}{a} - 1}{1} \qquad \text{Setze } \frac{a}{d} = x$$

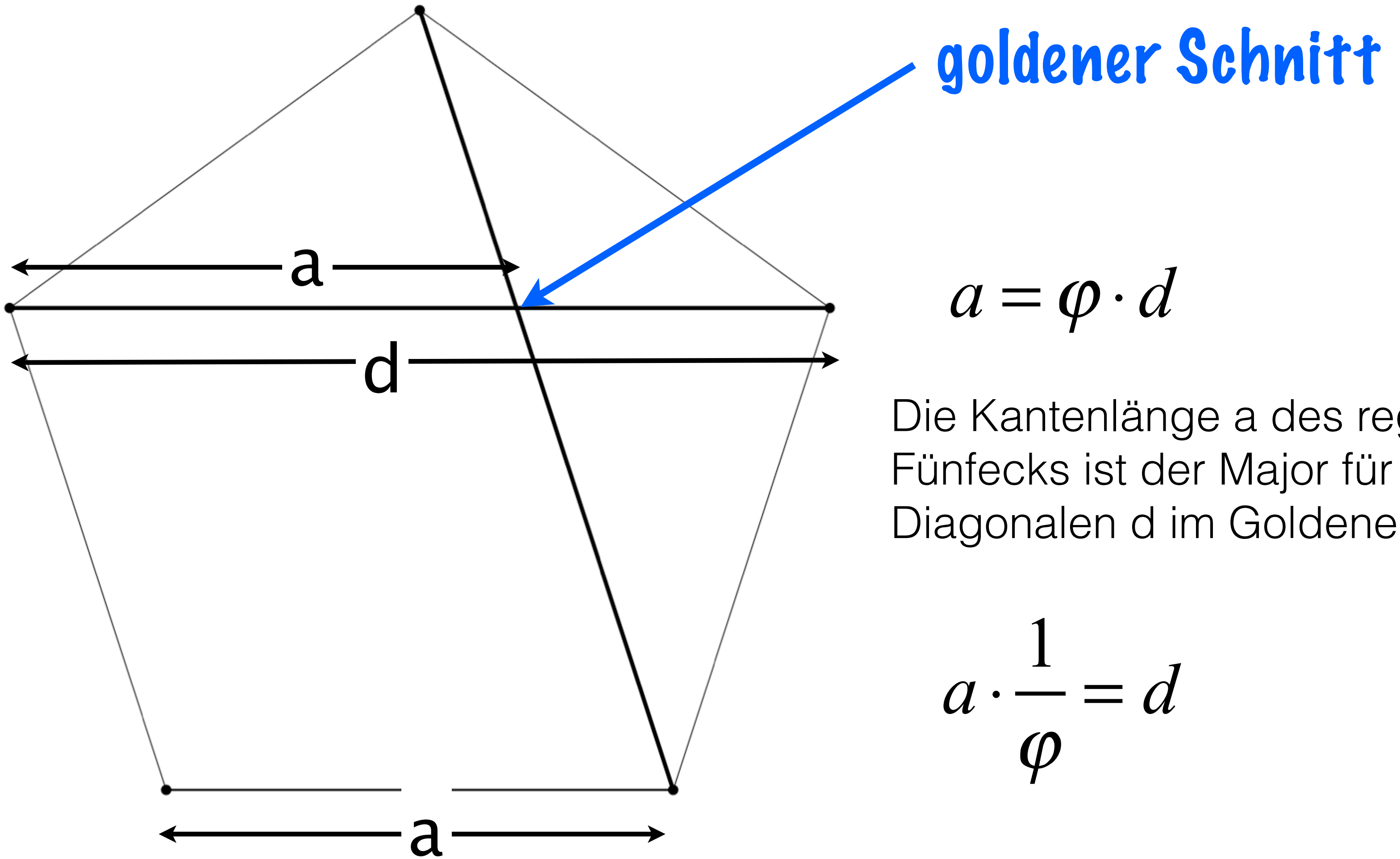
$$x = \frac{\frac{1}{x} - 1}{1} \Leftrightarrow x = \frac{1}{x} - 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 - x$$

$$x = \frac{a}{d} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \varphi$$

$$a = \varphi \cdot d$$

D.h. die Kantenlänge a des regelmäßigen Fünfecks ist
der Major für die Teilung der Diagonalen d im Goldenen Schnitt.

Das Fünfeck und der goldene Schnitt



$$a = \varphi \cdot d$$

Die Kantenlänge a des regelmäßigen Fünfecks ist der Major für die Teilung der Diagonalen d im Goldenen Schnitt.

$$a \cdot \frac{1}{\varphi} = d$$

$$\frac{1}{\varphi} = \Phi$$

die Goldene Verlängerung
Finde zum Major die ganze Strecke

Die goldene Verlängerung

Näherungsrechnung: $\varphi \approx 0{,}618 \Rightarrow \dfrac{1}{\varphi} = \Phi \approx 1{,}618$

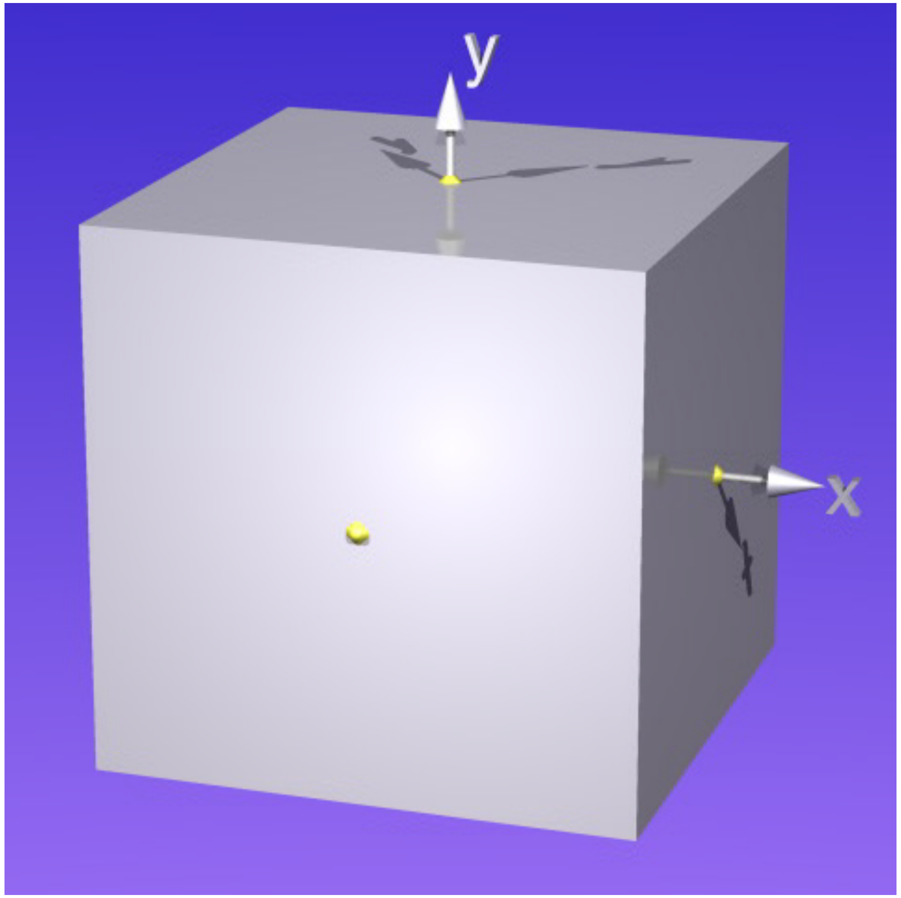
genaue Rechnung:

$$\varphi^2 = 1 - \varphi \quad | \ :\varphi$$

$$\varphi = \frac{1}{\varphi} - 1 \quad | +1$$

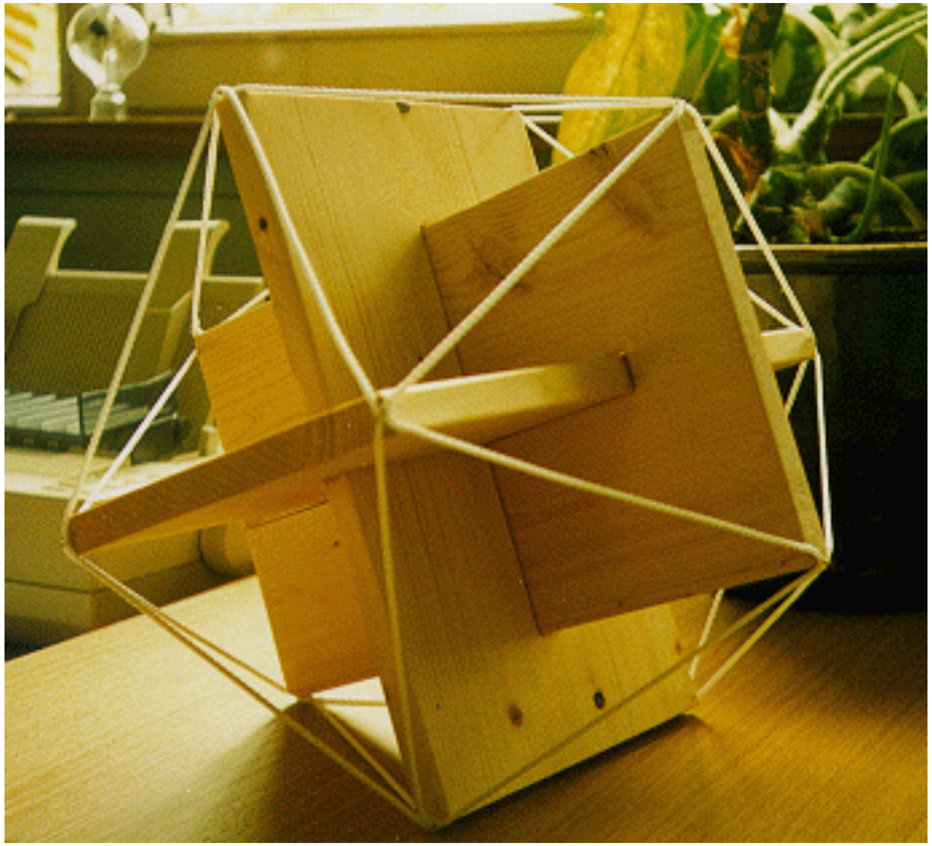
$$1 + \varphi = \frac{1}{\varphi} = \Phi$$

Der Ikosaeder und der goldene Schnitt

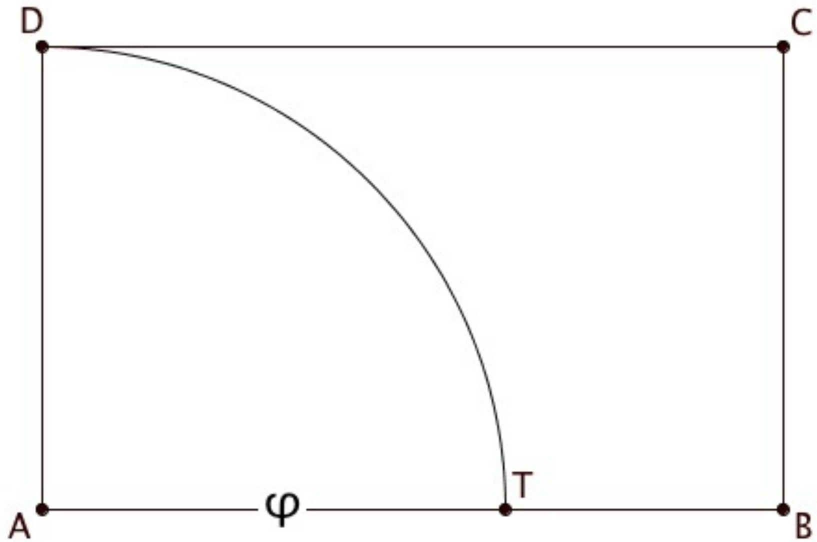


Experimentier-
datei

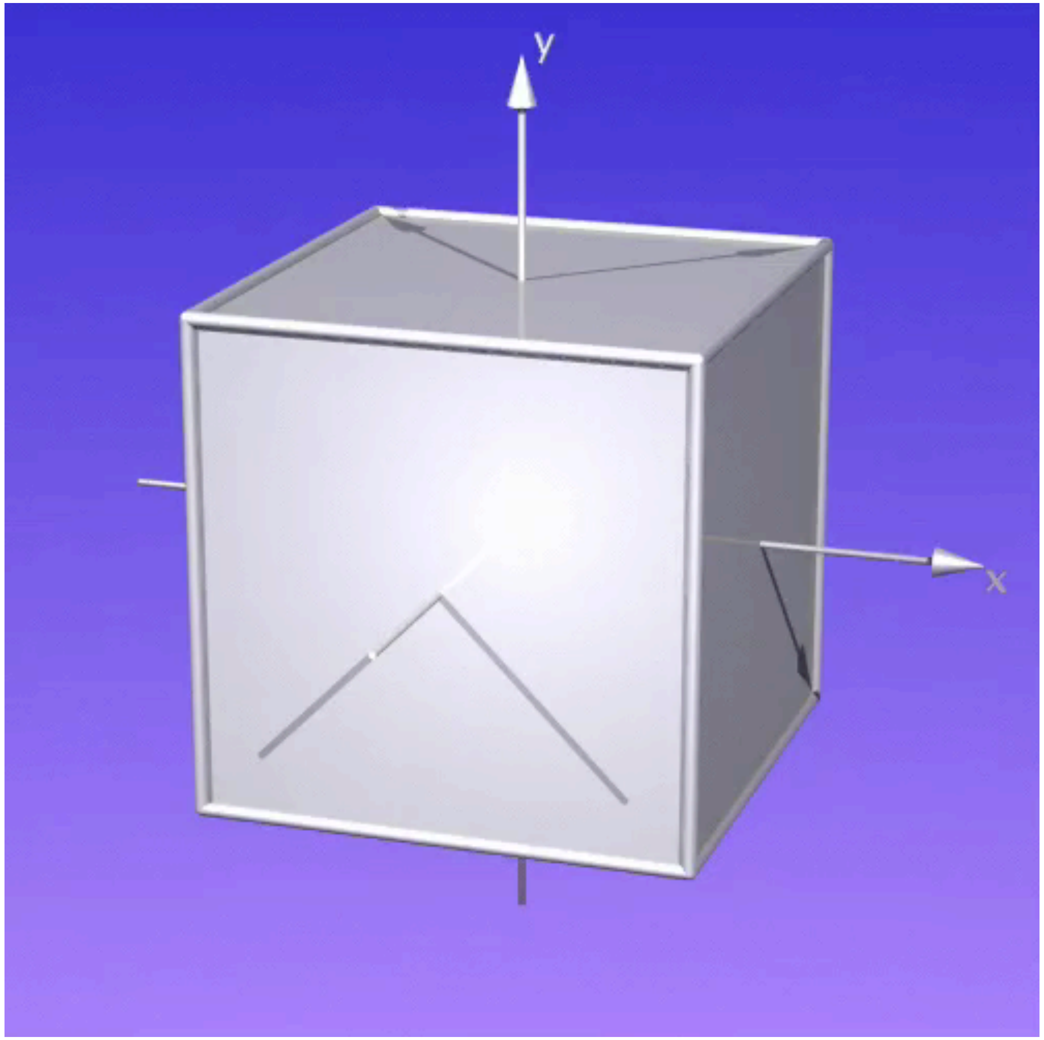
Der Ikosaeder und der goldene Schnitt



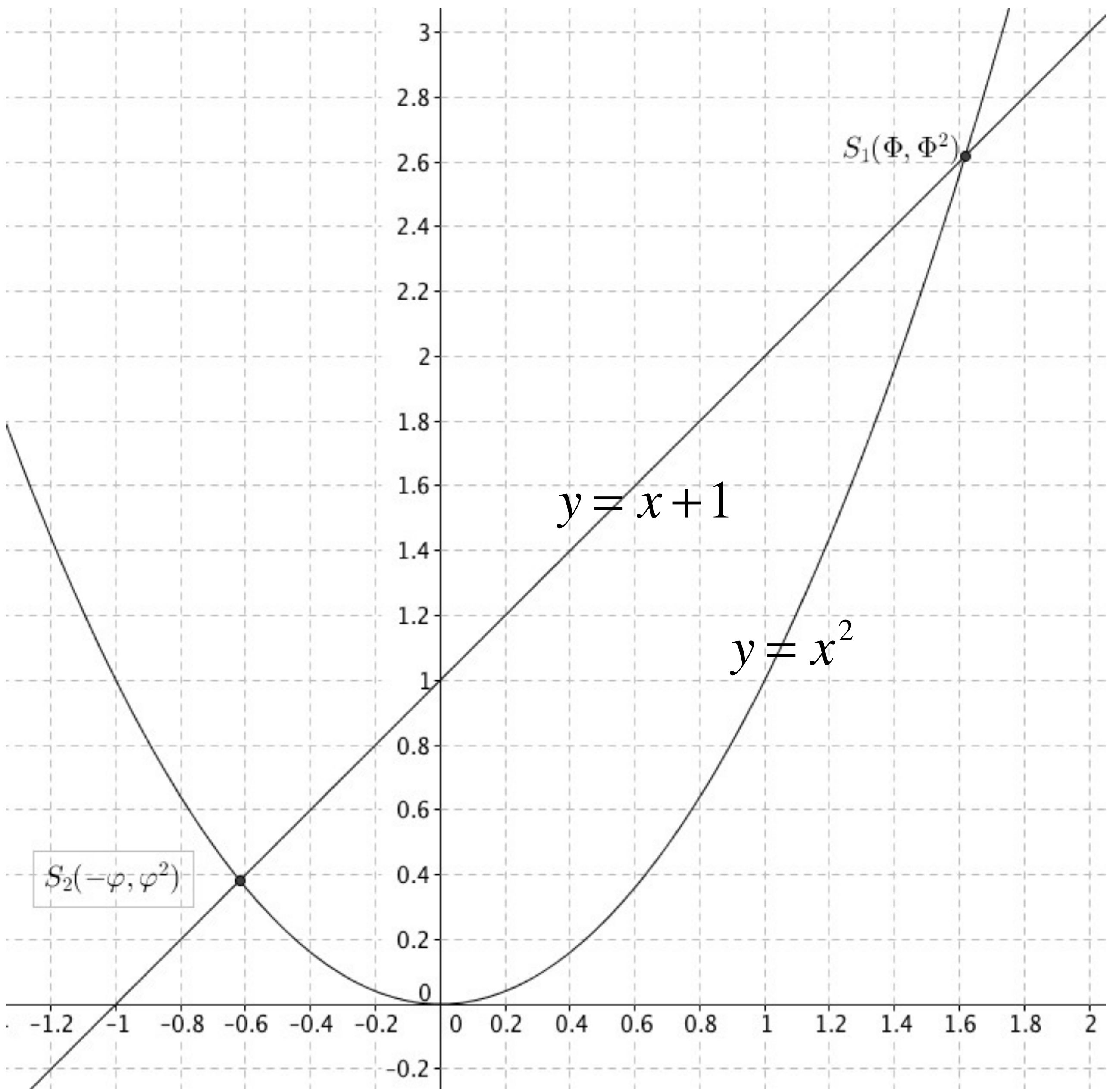
Goldenes Rechteck
Die kürzere Kante ist der Major in Bezug auf die längere Kante.



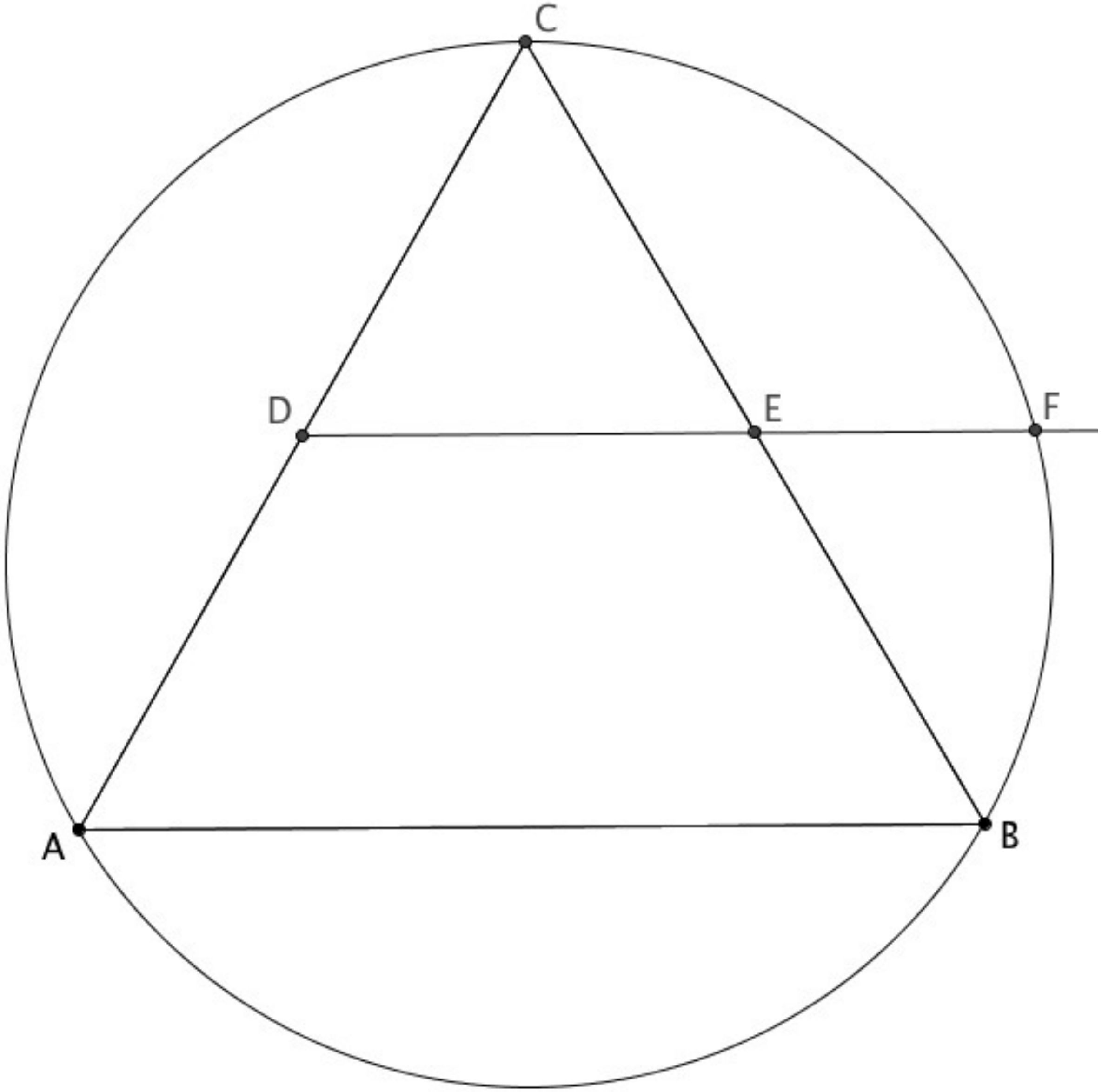
Der Dodekaeder und der goldene Schnitt



Die Normalparabel und der goldene Schnitt



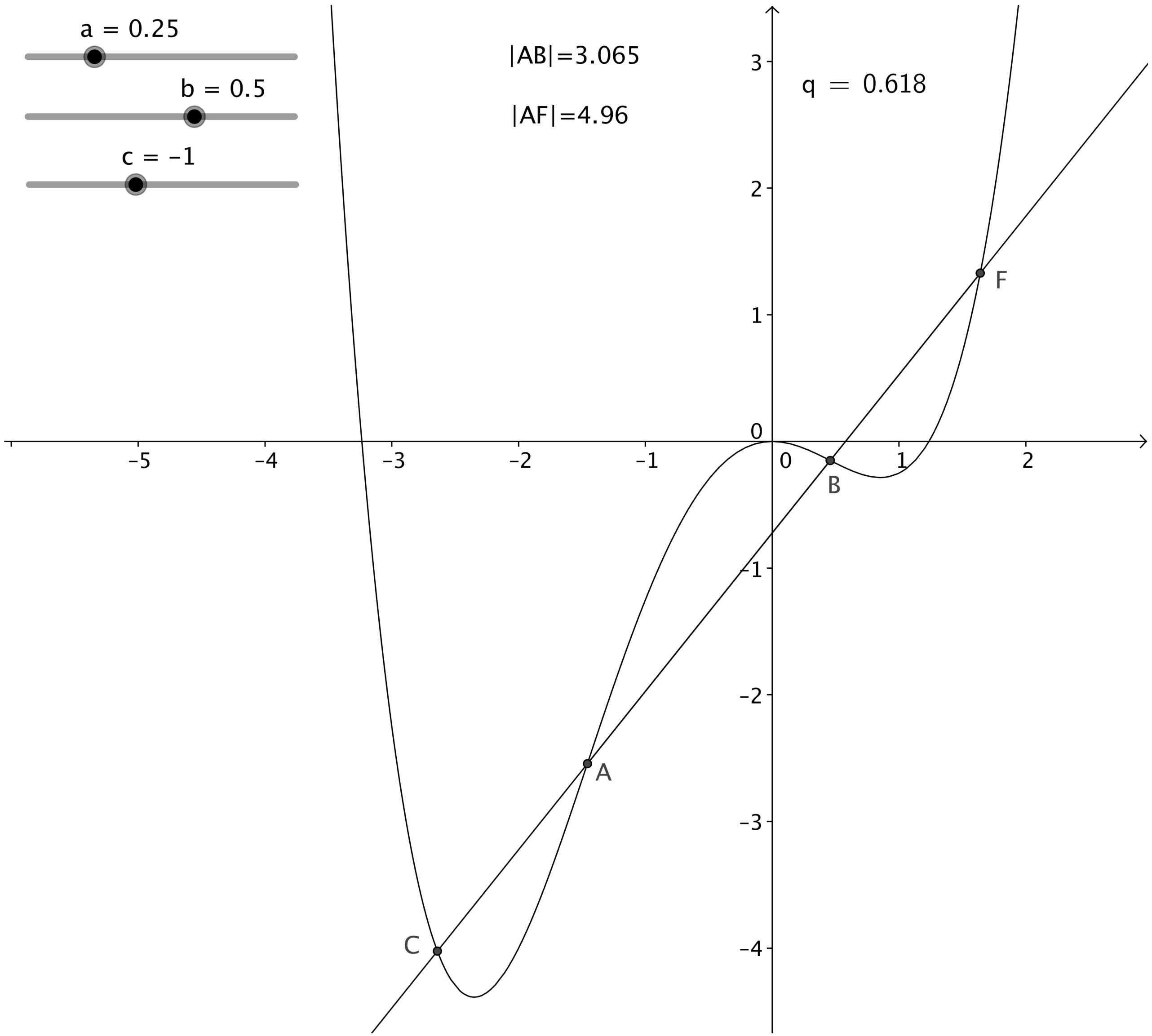
Eine neue klassische Konstruktion zum goldenen Schnitt



D und E sind die Seitenmitten
im gleichseitigen Dreieck ABC.
E teilt DF im goldenen Schnitt

veröffentlicht 1982

Polynom 4. Grades und goldener Schnitt



Experimentier-
datei