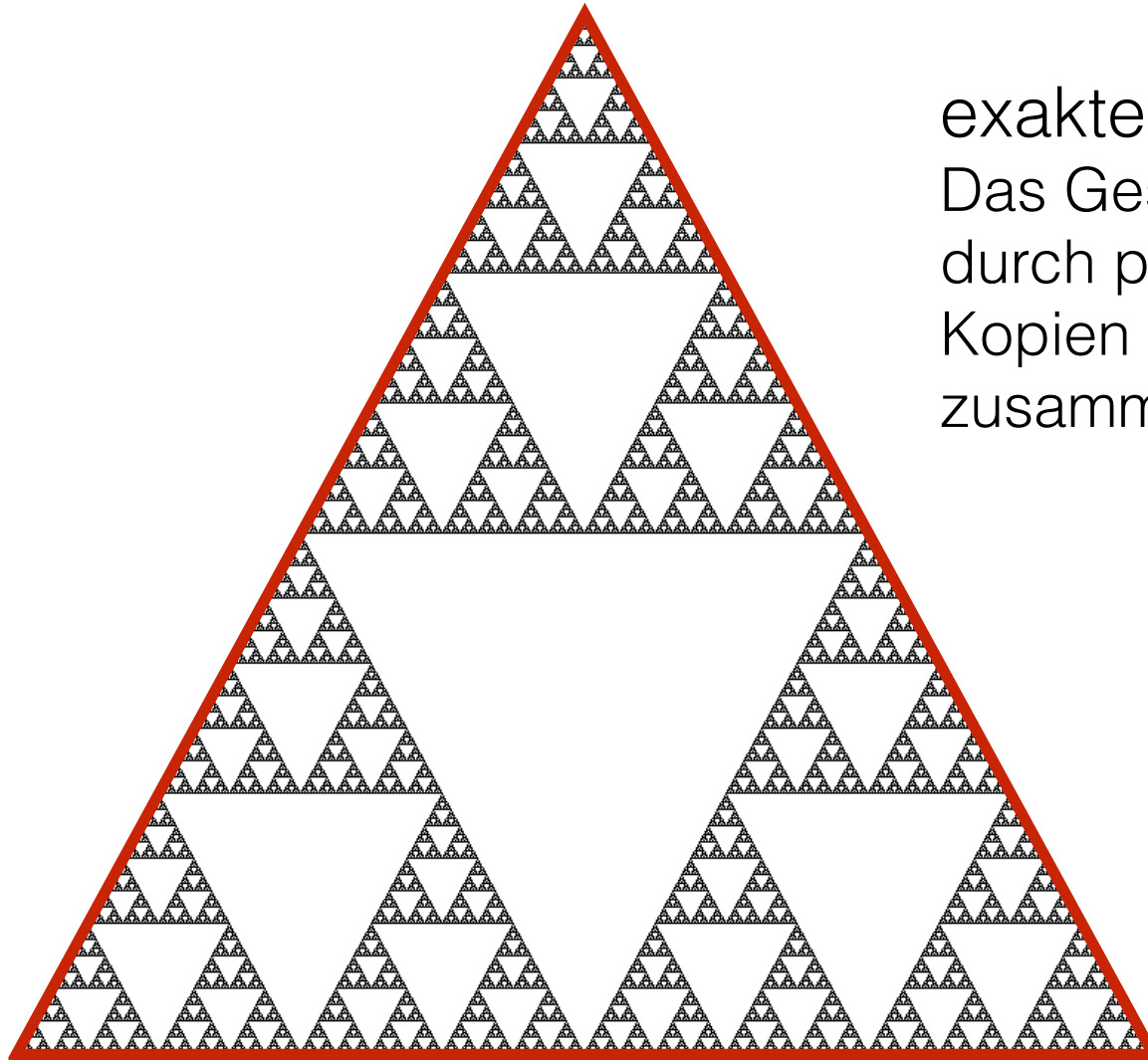


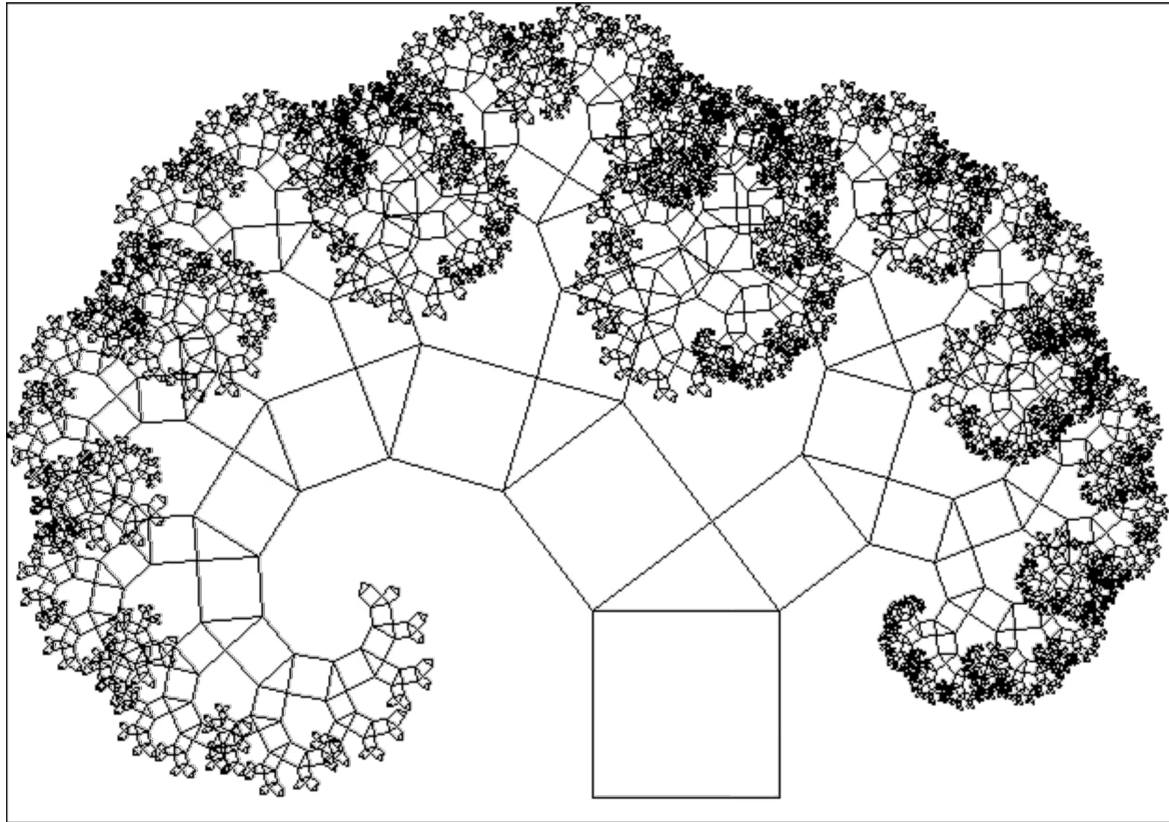
Selbstähnlichkeit

Paradebeispiel



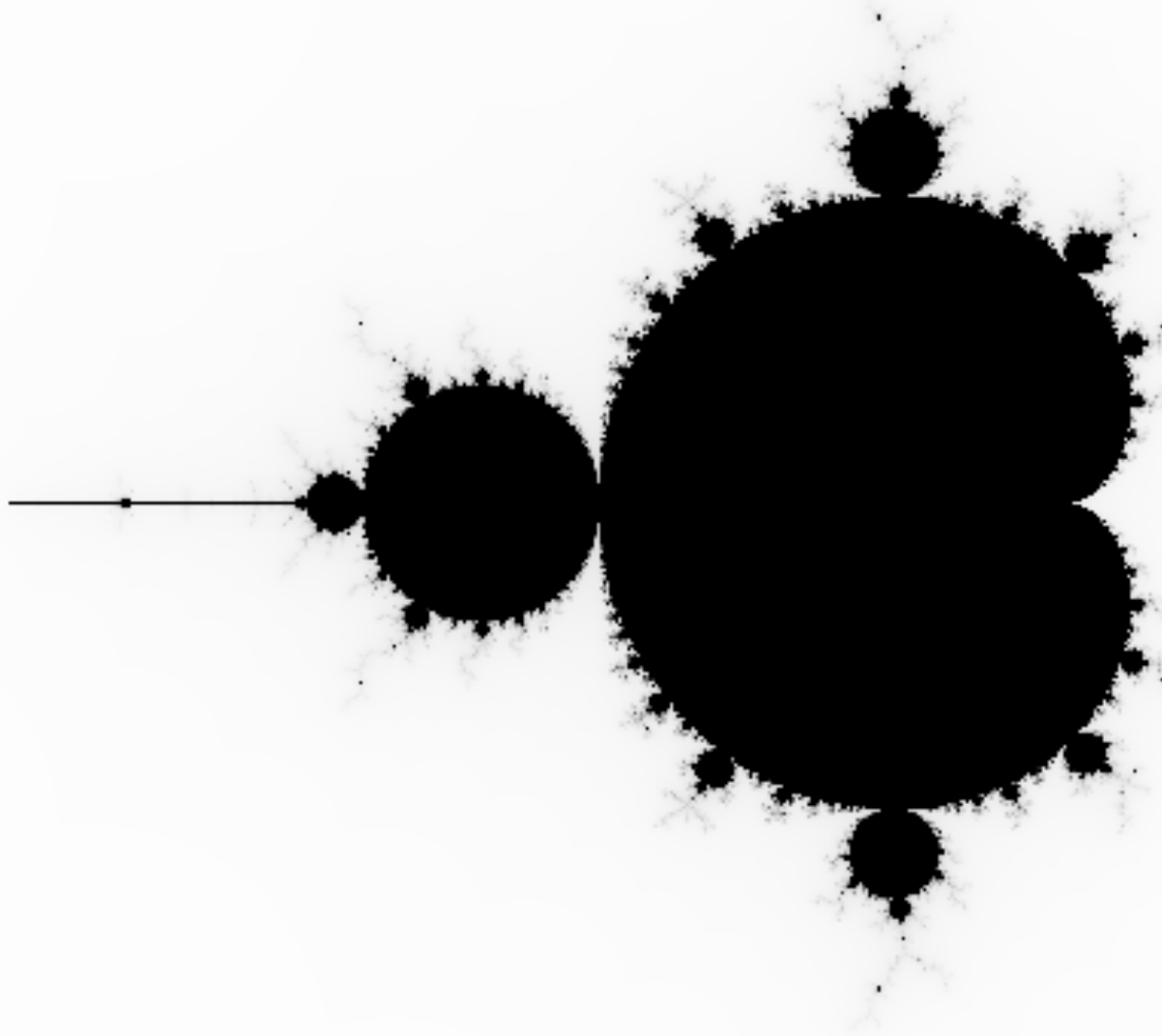
exakte Selbstähnlichkeit:
Das Gesamtbild lässt sich
durch passend verkleinerte
Kopien des Gesamtbildes
zusammensetzen.

Paradebeispiel



(allgemeine)
Selbstähnlichkeit:
Im Bild findet man
(immer wieder)
passend verkleinerte
Kopien des
Gesamtbildes.

Paradebeispiel



statistische
Selbstähnlichkeit:
Im Bild findet man
(immer wieder)
verkleinerte Kopien des
Gesamtbildes.

Experimentierdatei

Symmetrie

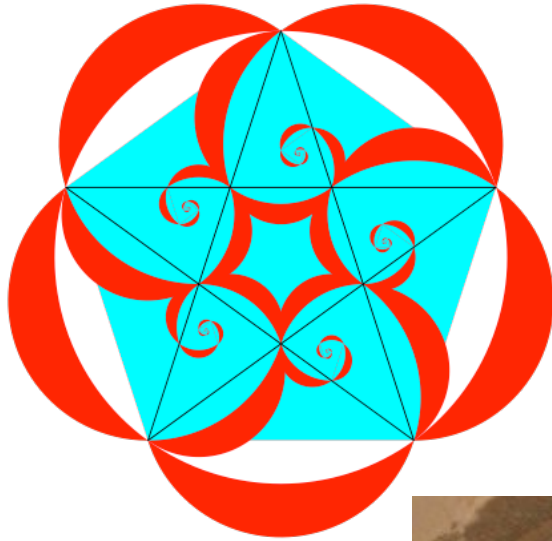


Achsensymmetrie

Ein passend gewählter Teil
der Figur - herumgeklappt -
erzeugt die Gesamtfigur.

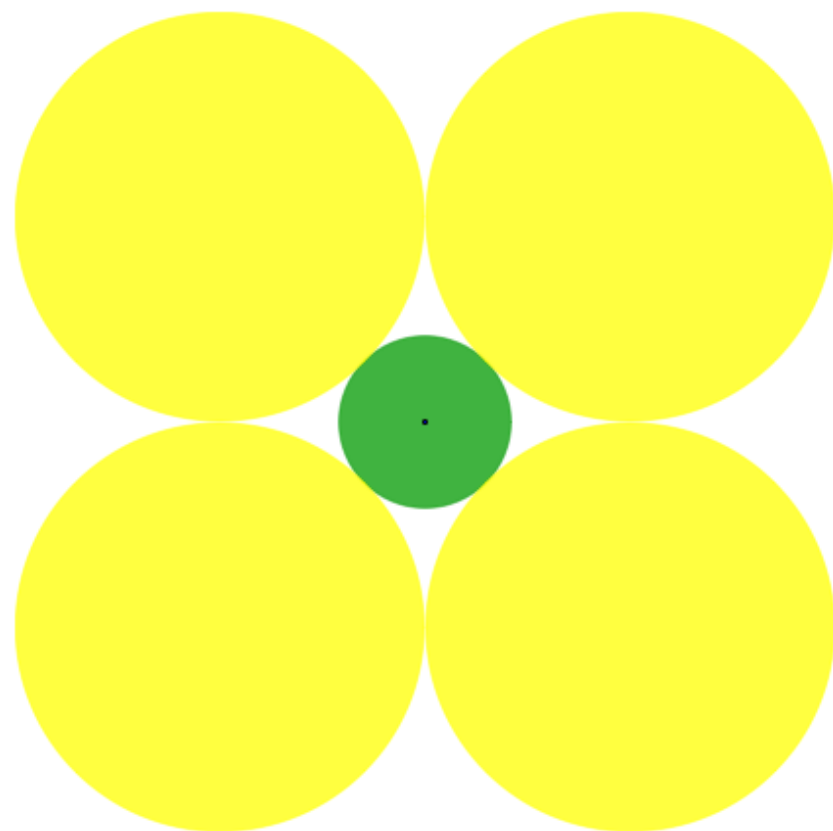


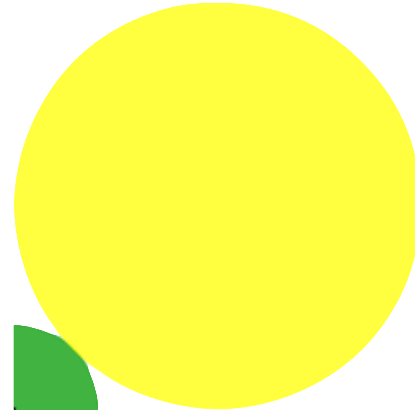
Symmetrie



Drehsymmetrie
Ein passend gewählter
Teil der Figur - (mehrmals)
herumgedreht - erzeugt
die Gesamtfigur.





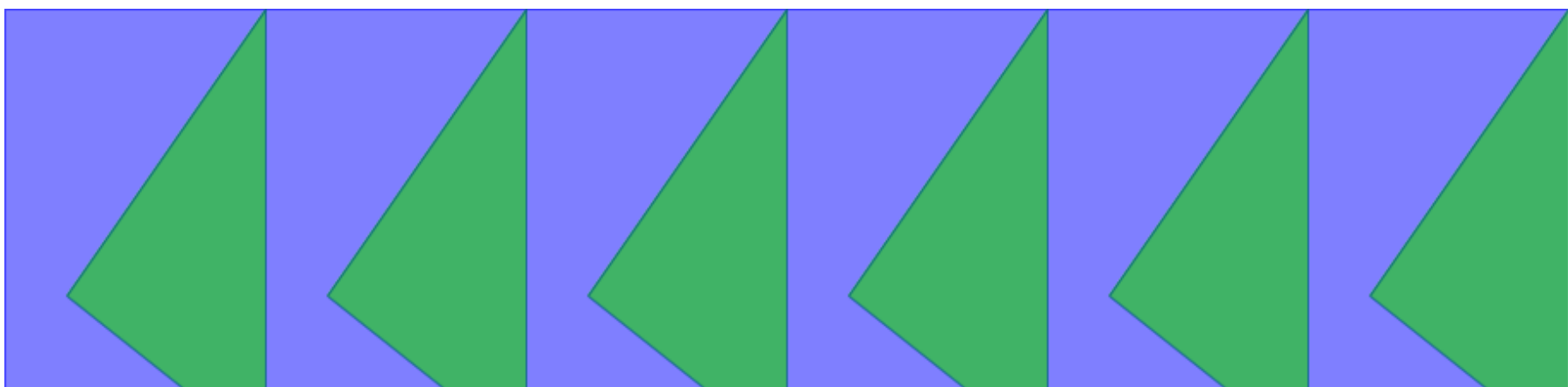


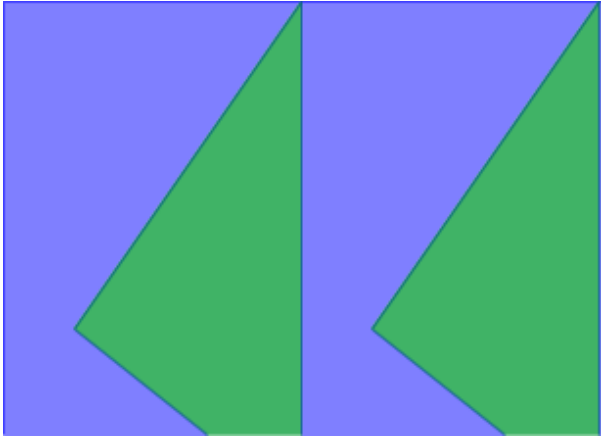
—

Symmetrie



Verschiebungssymmetrie
Ein passend gewählter
Teil der Figur - (mehrmals)
verschoben - erzeugt die
Gesamtfigur.





Erhaltungssätze

Was bleibt bei einer Bewegung konstant?

Energieerhaltungssatz

Drehimpulserhaltungssatz

Was bleibt bei einer Stoffumwandlung konstant?

Massenerhaltungssatz

Symmetrie

Zusammenfassung:

Spiegelung - Achsensymmetrie

Drehung - Drehsymmetrie

Verschiebung - Verschiebungssymmetrie

sind Symmetrieabbildungen

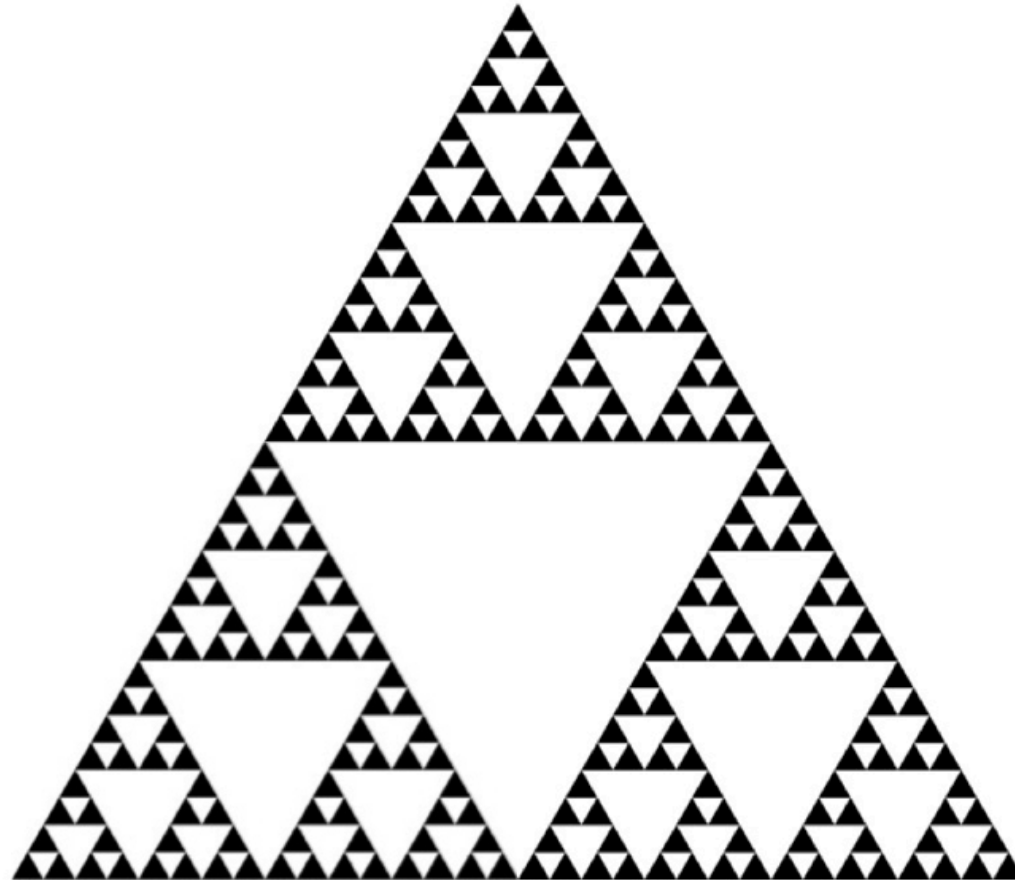
Ist auch die Vergrößerung (zentrische Streckung) eine Symmetrieabbildung?

Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals) vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?

Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals)
vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?



Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals)
vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?

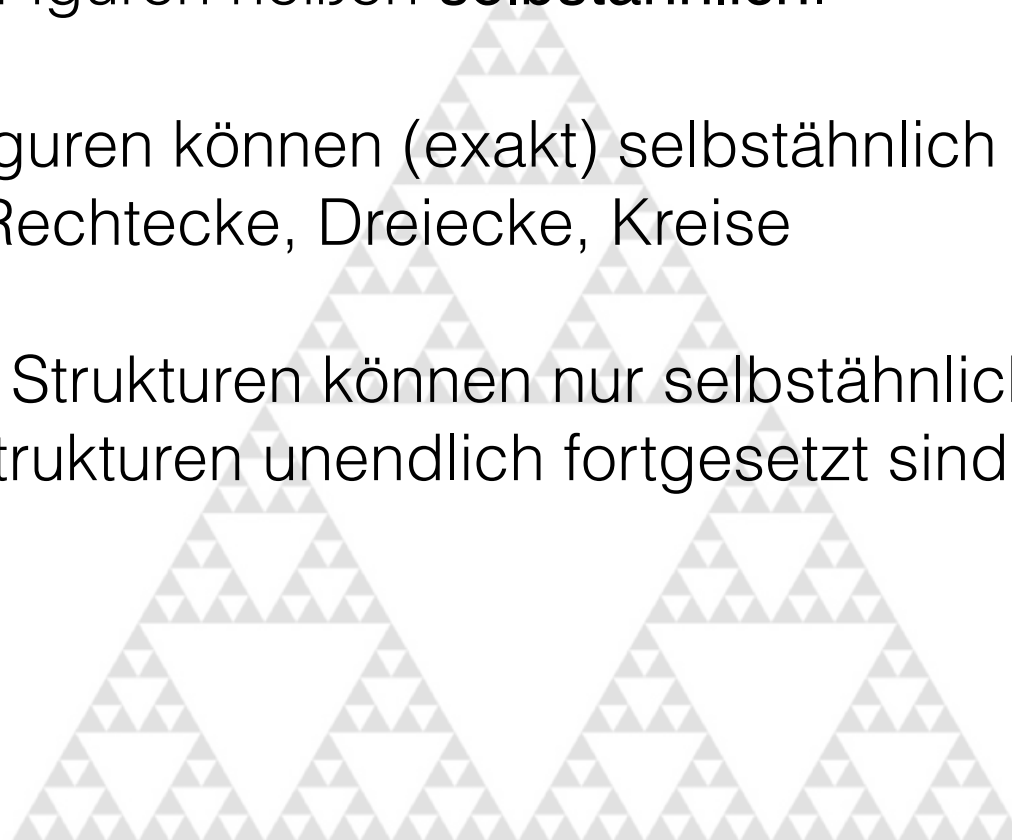


Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals) vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?

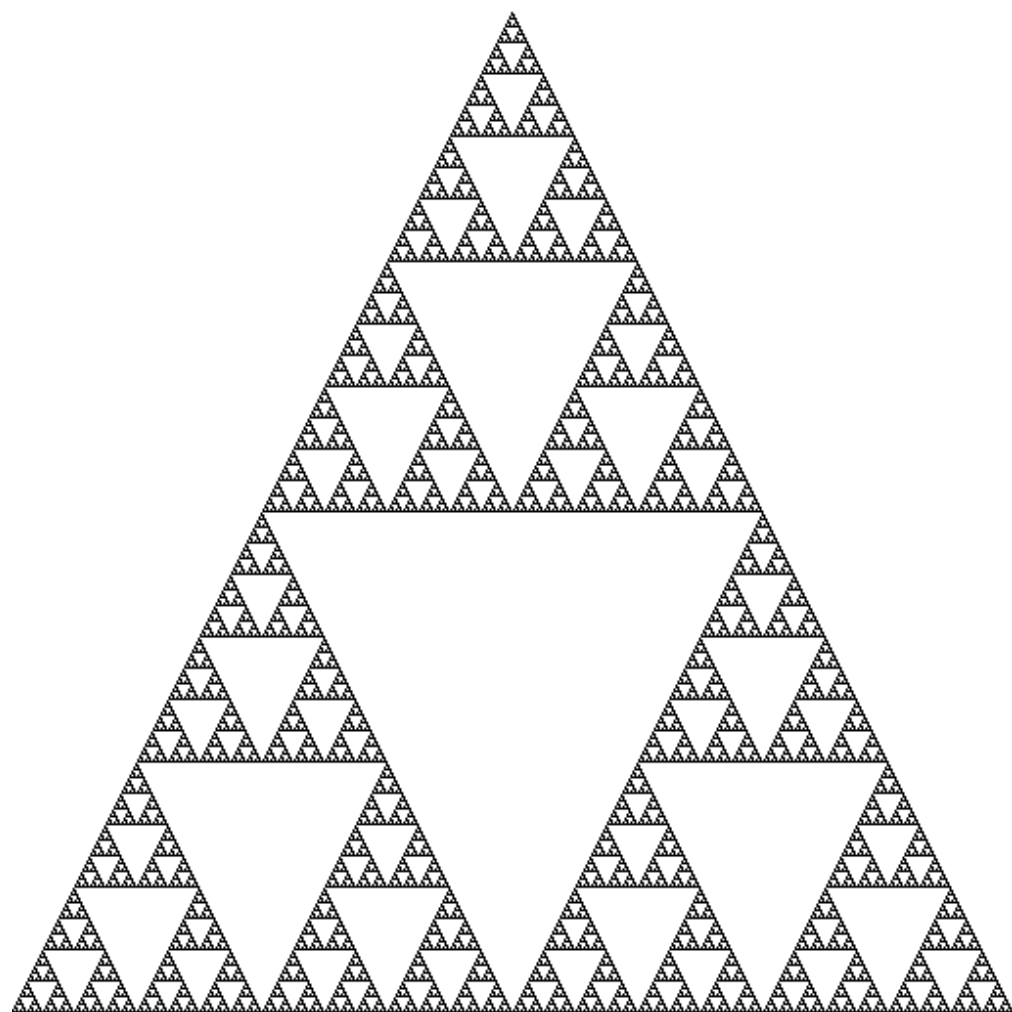
Ja! Solche Figuren heißen **selbstähnlich**.

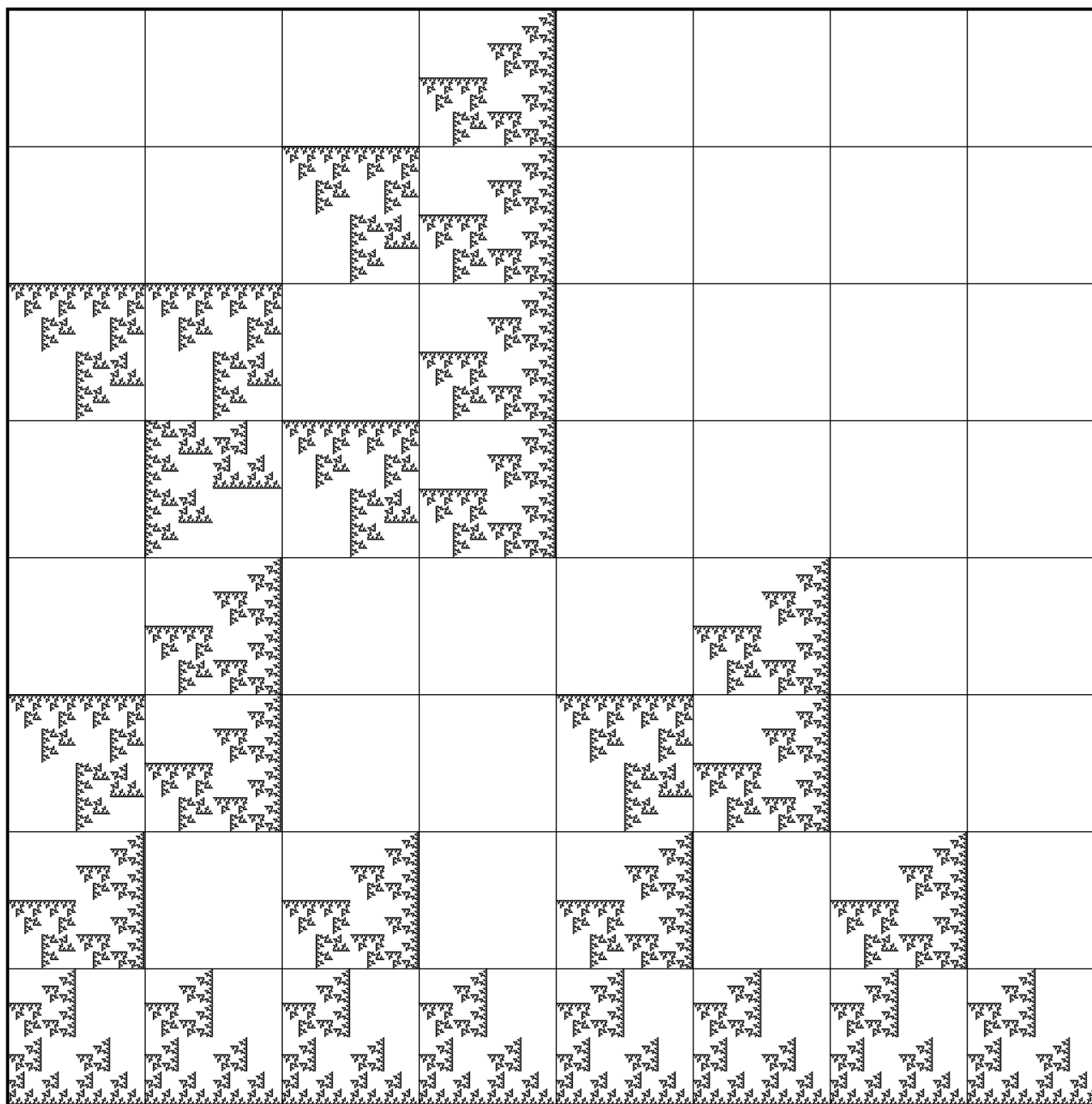
Flächige Figuren können (exakt) selbstähnlich sein.
Beispiele: Rechtecke, Dreiecke, Kreise

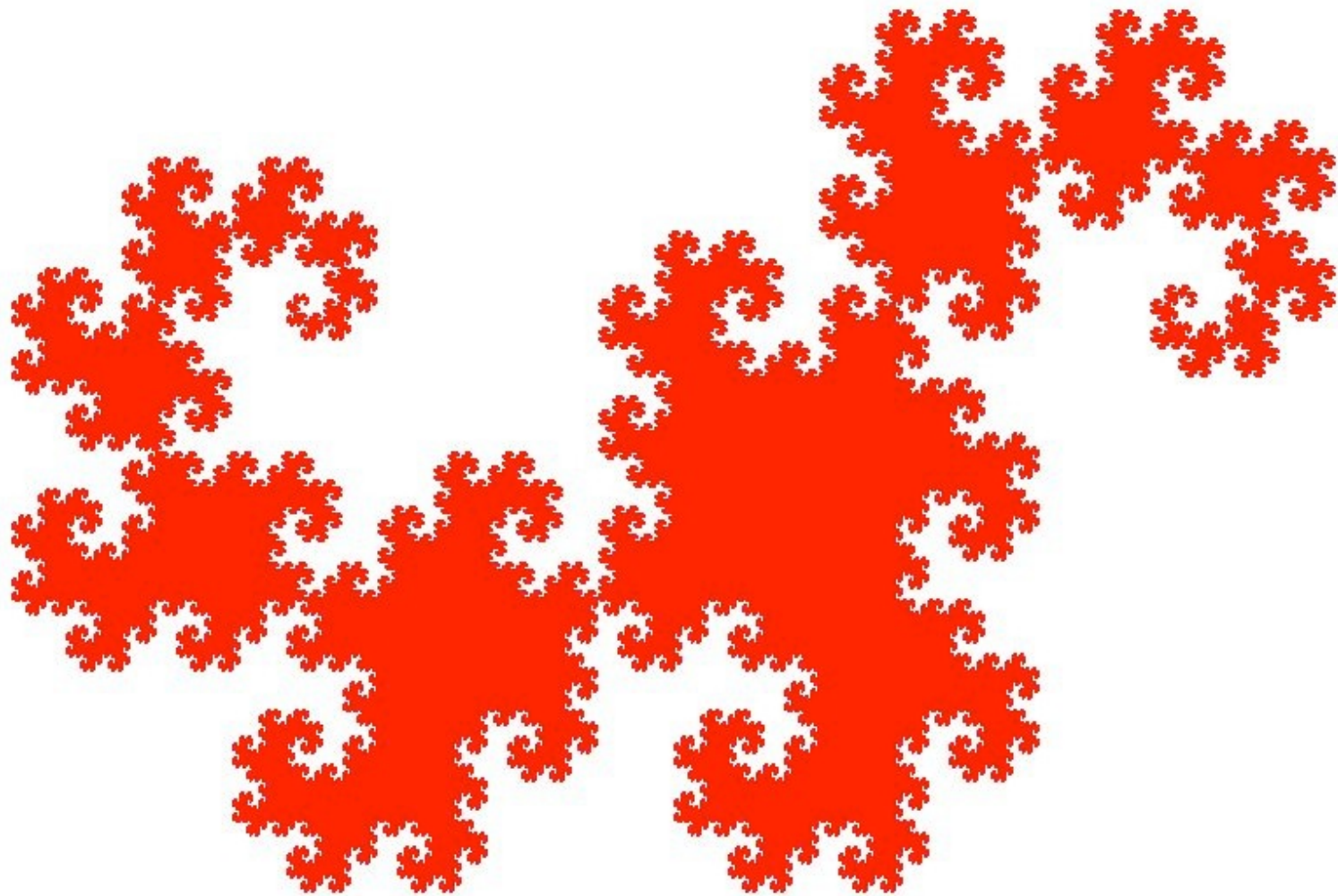
Figuren mit Strukturen können nur selbstähnlich sein, wenn die Strukturen unendlich fortgesetzt sind -> Fraktale.

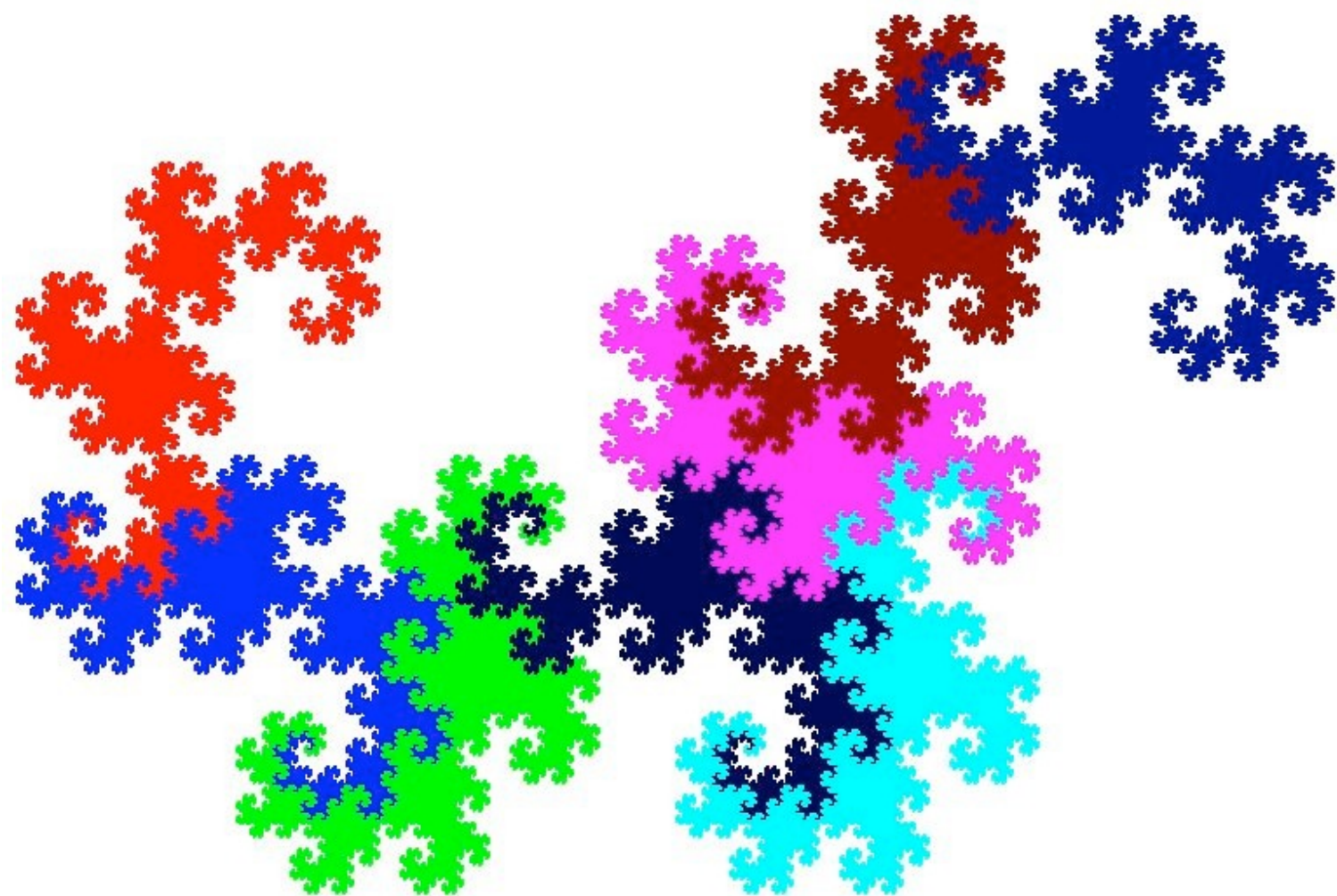


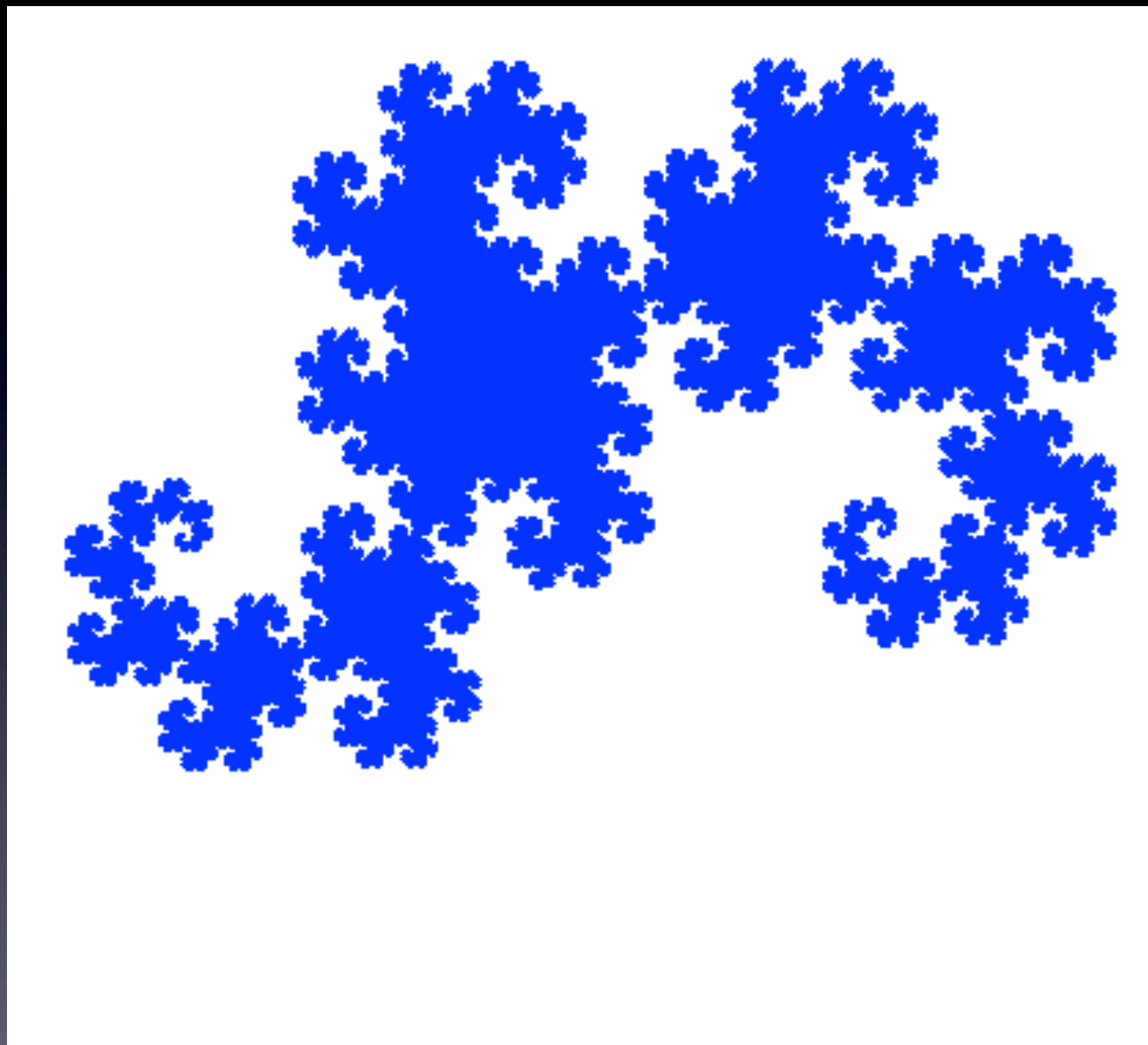
Beispiele

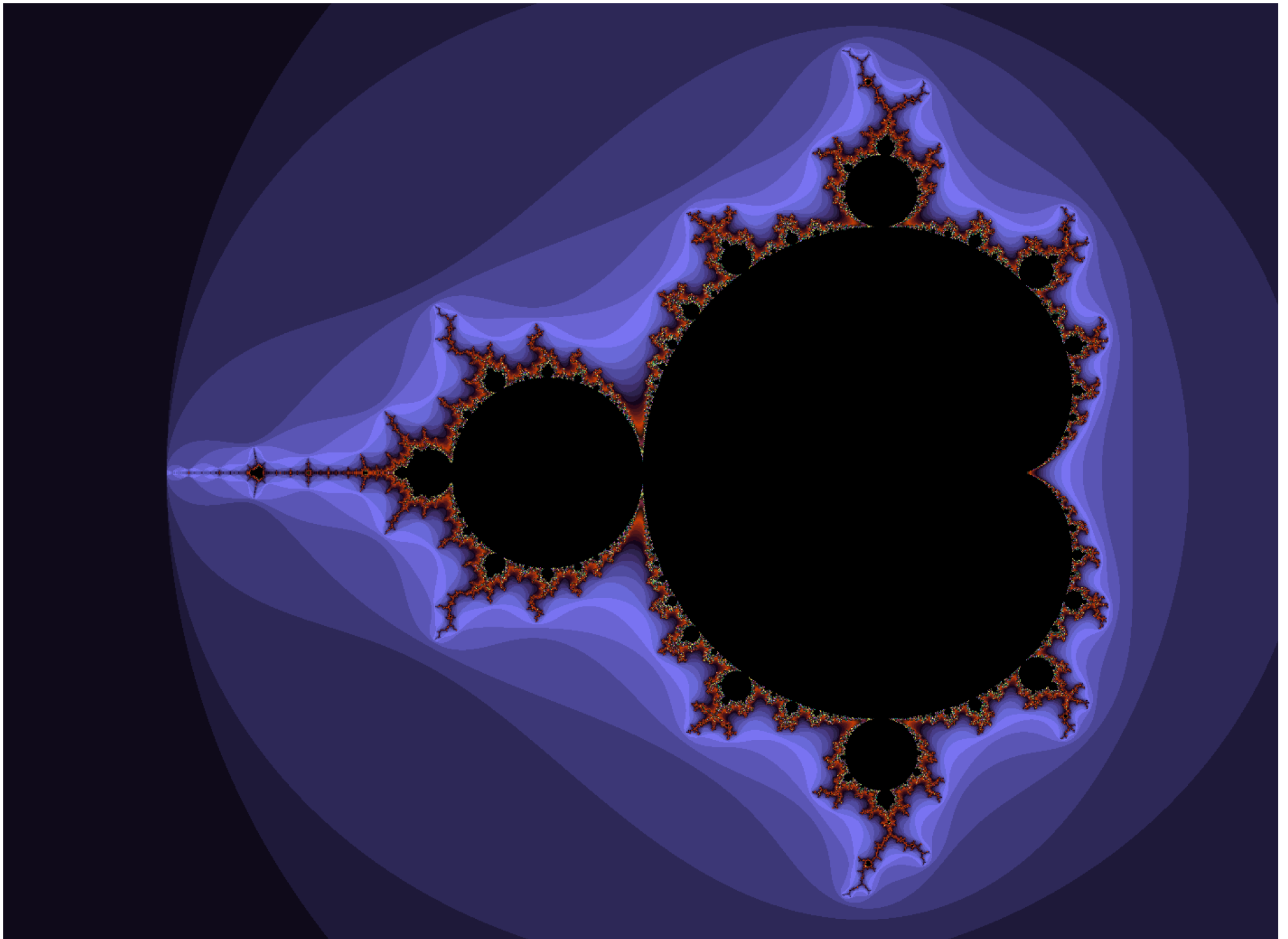




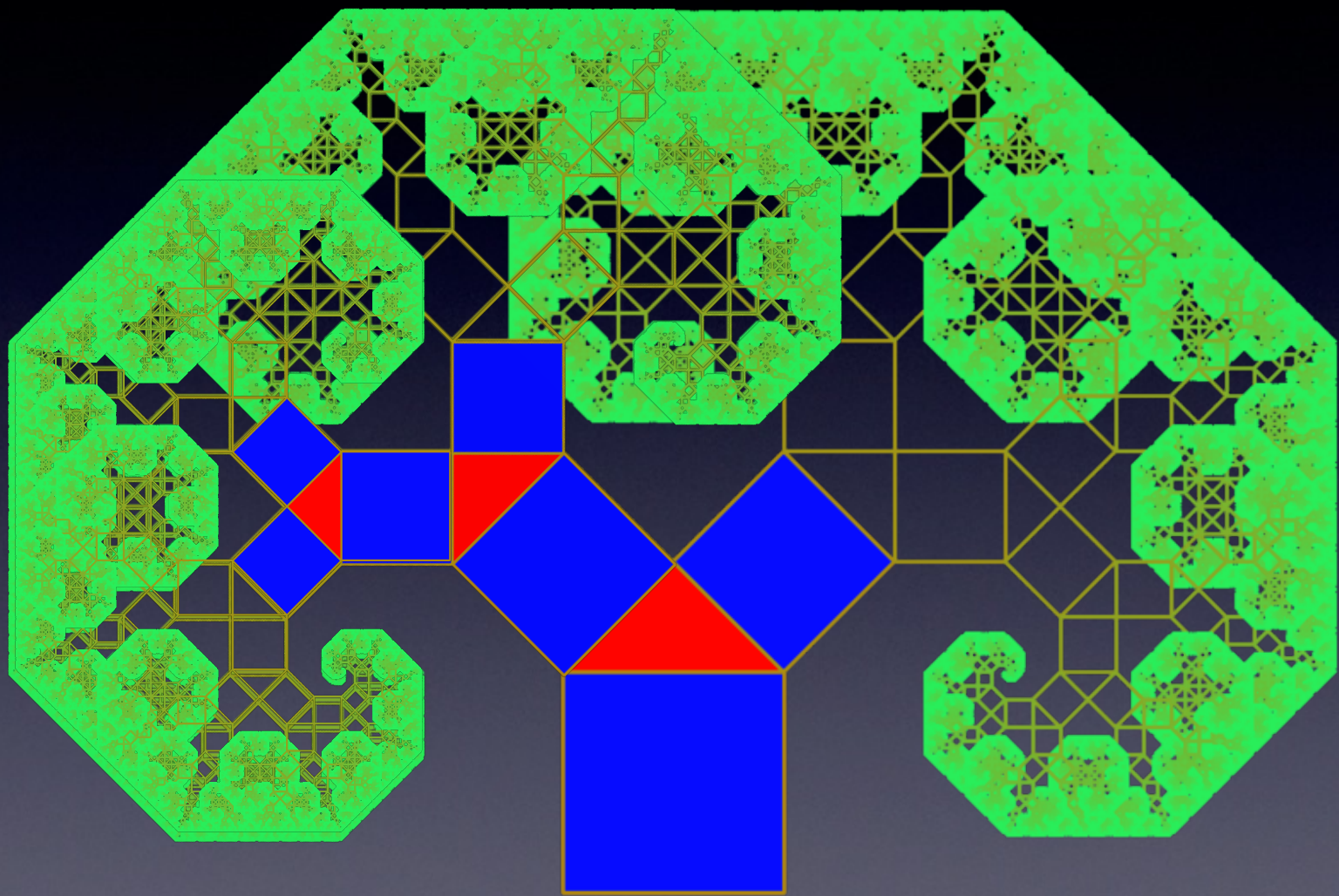












Beispiele

$$\{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$$

„Vergrößern“: Multiplikation mit 2, 4, ...

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \ddots}}}}$$

Ein selbstähnlicher Bruch

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

Eine selbstähnliche Kettenwurzel

Die Selbstähnlichkeit ist nicht nur ein schönes Muster, sondern dient ganz praktisch zur konkreten Berechnung des Ergebnisses.

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \ddots}}}}$$

Das ist wieder Φ

also

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi} \quad | \cdot \Phi$$

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

Das ist eine quadratische Gleichung, die man lösen kann:

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,618$$

Die Selbstähnlichkeit ist nicht nur ein schönes Muster, sondern dient ganz praktisch zur konkreten Berechnung des Ergebnisses.

$$\Phi = \sqrt{1 + \underbrace{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}_{\text{Das ist wieder } \Phi}}$$

also

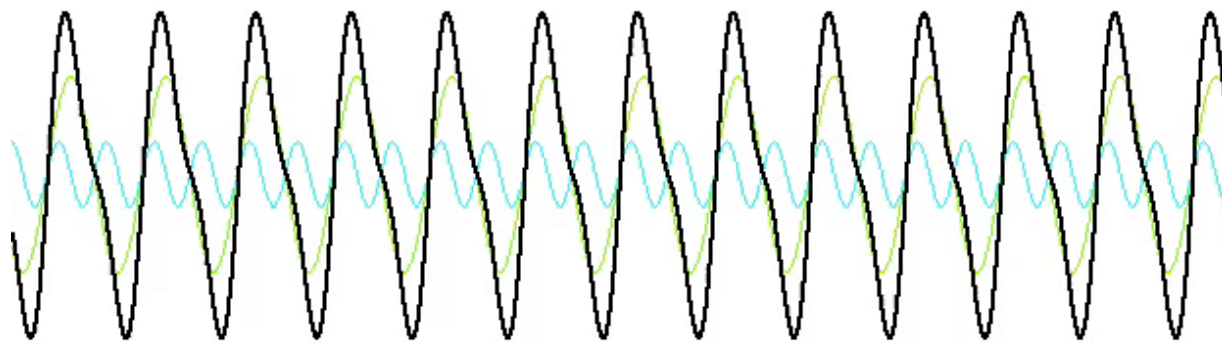
$$\Phi = \sqrt{1 + \Phi} \quad | \text{quadrieren}$$

$$\Phi^2 = 1 + \Phi$$

Das ist eine quadratische Gleichung, die man lösen kann:

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,618$$

Beispiele



Experimentierdatei