

WS 2012/13 und SS 2013
- Kleine Anleitung zur Vorlesung Analysis 1 & 2

Prof. Dr. Bernd O. Stratmann

1 Sinn der Vorlesung und Übung

1. *Mathematische Vorlesungen* sind vortragsorientierte Lehrveranstaltungen. Sie dienen der Vermittlung grundlegender oder weiterführender Kenntnisse über bestimmte Teilgebiete der Mathematik. Die Vorlesungen sind *nicht* so gedacht, dass der Vorlesungsstoff während der Vorlesung vollständig absorbiert werden kann. Es geht vielmehr darum, den Aufbau eines mathematischen Gebietes lückenlos oder exemplarisch vorzuführen und dabei eine Stoffmenge darzubieten, die jeweils in einer Woche erarbeitet werden kann (und auch sollte). Zum Verständnis und zur vollständigen Aneignung des gebotenen Stoffes ist die kontinuierliche eigene Nacharbeit unerlässlich; erfahrungsgemäß sind dafür mindestens sechs Stunden wöchentlich erforderlich, am Anfang unter Umständen sogar mehr. Dementsprechend wird die Vorlesung zunächst ein unterdurchschnittliches, dann aber, nach einigen Wochen, ein normales Tempo anschlagen. Es ist deshalb sehr ratsam, die Vorlesung kontinuierlich mitzuschreiben und nachzuarbeiten.

2. *Übungen* unterstützen die selbständige Aneignung sowie die Anwendung des Vorlesungsstoffes durch Aufgabenstellungen, die unmittelbar am jeweiligen Vorlesungsstoff orientiert und so ausgewählt sind, dass sie mit den Mitteln der Vorlesung gelöst werden können. Der Schwierigkeitsgrad kann natürlich variieren, etwa zwei Drittel der Übungen sollten aber bei regelmäßiger Mitarbeit problemlos zu lösen sein. Mathematik lernt man, indem man sie betreibt, also auf Probleme anwendet. Es ist deshalb sehr wichtig für den eigenen Studienerfolg, dass die Übungen selbständig bearbeitet werden. Als Leistungsnachweis, auch zur eigenen Erfolgskontrolle, sind die Übungsaufgaben schriftlich zu lösen in einer Form, die eine problemlose Korrektur ermöglicht; jedes verwendete Blatt muss mit Namen versehen sein. Um Zusammenarbeit bei der Bearbeitung der Aufgaben zu fördern, können die Lösungen von *bis zu drei Personen* gemeinsam eingereicht werden. In diesem Fall muss jedes verwendete Blatt *deutlich mit jedem Namen* der an der Gruppe beteiligten Personen versehen sein. Die Übungsaufgaben werden freitags gestellt und deren von Ihnen erstellten, schriftlichen Lösungen - mit einer Woche Verzögerung - freitags bei dem/r jeweiligen Übungsgruppenleiter/in abgegeben. In den wöchentlichen Übungen werden die Übungsaufgaben besprochen, unter fachkundiger Leitung und aktiver Beteiligung der Studierenden. Es wird eine Musterlösung mitgeteilt, und es werden Lösungsvarianten, Analogien und auch Vertiefungen erörtert. Selbstverständlich können in den Übungen auch allgemeine Fragen zur Vorlesung besprochen werden, soweit dafür Zeit bleibt; darüber hinaus stehen alle Mitarbeiter/innen, die an der Durchführung der

Vorlesung beteiligt sind, zu den auf ihrer Webseite angegebenen Sprechstunden bzw. nach besonderer Vereinbarung für Erläuterungen zur Verfügung. Hinsichtlich Bedeutung und Ablauf des Plenums, siehe die Datei *Plenum - Analysis - WS 2012/13*, die Sie bei Stud.IP und/oder auf meiner Webseite <http://www.math.uni-bremen.de/~bos/> finden. Wichtig! Die Übungen fangen erst in der 2. Semesterwoche an und die Zeiten für die Übungen werden noch rechtzeitig bekannt gegeben.

2 Leistungsnachweis

Der Leistungsnachweis bescheinigt die erfolgreiche Bewältigung des Vorlesungsstoffes; er ist für die Fortsetzung des Studiums und die studienbegleitenden Prüfungen erforderlich. Er wird erteilt, wenn ausweislich die folgenden Kriterien erfüllt wurden:

1. Auf den *ersten 6 Übungsblättern* müssen *mindestens 50 %* der insgesamt möglichen Punkte erreicht werden. Gleiches gilt für die dann noch *verbleibenden Übungsblättern* von denen abermals *mindestens 50 %* der insgesamt möglichen Punkte erreicht werden müssen.
2. Eine aktive und erfolgreiche *Teilnahme am Plenum*. Insbesondere beinhaltet dieses eine Teilnahme an einem der Projekte (für eine genauere Beschreibung des Plenums siehe *Plenum - Analysis - WS 2012/13*). Ausserdem sind die ca. alle *2 Wochen zu erstellenden schriftliche Forschungsdokumentation* verpflichtend (siehe hierzu auch die Beschreibung für das *Plenum - Analysis 1 - WS 2013*).
3. Es müssen *50 % der möglichen Punkte bei der am Ende der Vorlesung stattfindenden Klausur* erzielt werden.

3 Eine Ermutigung

Die vorangehenden Ausführungen sind natürlich ziemlich formal und können den Eindruck erwecken, dass das Mathematikstudium sehr große Anforderungen stellt. Das ist in sofern richtig, als dass neben einem grundlegenden Spaß an der Mathematik, zumindest soweit Sie diese schon kennengelernt haben, auch eine erhebliche Arbeitsbereitschaft zu den Voraussetzungen des Mathematikstudiums gehört. Andererseits ist das Studium so angelegt, dass es ohne übermenschliche Leistungen und auch mit Spaß an der Sache bewältigt werden kann. Sie werden Ihre eigenen Fortschritte schon im Verlauf des ersten Semesters beobachten können, und Sie dürfen überzeugt sein, dass Sie ein Studienfach gewählt haben, das Ihnen intellektuelle Befriedigung, viel Spaß und sehr gute Berufsaussichten bietet. Wir alle freuen uns jedenfalls darüber, dass Sie als Studierende zu uns gekommen sind und werden alles tun, um Sie in Ihrem Studium auch individuell zu unterstützen.

Herzlich willkommen!

4 Üblicher Minimalstoff für Analysis 1 & 2

Der übliche Minimalstoff für Analysis 1 & 2 sieht wie folgt aus. Dieser Stoffplan zeigt Ihnen, was Sie erwarten können und auch, was Sie mindestens bewältigen sollten. Die Vorlesungen werden zwar mehr Stoff enthalten, als den folgenden Minimalstoffplänen zu entnehmen ist. Diese Stoffpläne zeigen Ihnen aber, was Sie erwarten können und auch, was Sie mindestens bewältigen müssen.

1. Grundtatsachen der Mengenlehre und der Aussagenlogik.
2. Grundeigenschaften der natürlichen, rationalen und reellen Zahlen:
Vollständige Induktion, Körper- und Anordnungsaxiome, Vollständigkeit und obere/untere Grenzen, Satz von Bolzano-Weierstraß, Dichtheit von \mathbb{Q} in \mathbb{R} , abzählbare und überabzählbare Mengen.
3. Komplexe Zahlen:
Rechenregeln und ihre geometrische Interpretation, Polarzerlegung, quadratische Gleichungen.
4. Folgen und Reihen (mit komplexen Gliedern):
Begriff der Konvergenz, Häufungspunkte, Vergleichskriterien, absolute Konvergenz und Umordnung von Reihen, Potenzreihen, unendliche Produkte.
5. Elementare Funktionen:
Rationale Funktionen, Potenzen mit reellen Exponenten, Exponentialfunktion, Hyperbelfunktionen, trigonometrische Funktionen, Logarithmus.
6. Stetige reellwertige Funktionen:
Zwischenwertsatz, Existenz von Minimum und Maximum auf kompakten Mengen, stetige Bilder von Intervallen und Umkehrbarkeit, gleichmäßige Stetigkeit, gleichmäßige Konvergenz, Approximationssatz von Weierstraß.
7. Differential- und Integralrechnung in einer Veränderlichen:
Rechenbegriffe der Differentiation, Mittelwertsätze, Taylorformel, Extremwerte und Kurvendiskussion, Definition des Integrals und Rechenregeln, Hauptsatz, Mittelwertsätze der Integralrechnung, Fourierentwicklung.
8. Lineare Differentialgleichungen:
Eindeutigkeitssatz, Fundamentalsysteme homogener Gleichungen, Partikuläre Lösungen bei speziellen inhomogenen Gleichungen, Erweiterung des Lösungsbegriffes.
9. Metrische Räume:
Topologie metrischer Räume, Vollständigkeit, Banach- und Hilberträume, Kompaktheit, stetige Abbildungen zwischen metrischen Räumen, Fixpunktsatz von Banach, Satz von Stone-Weierstraß.

10. Differentialrechnung in mehreren Veränderlichen:
Partielle Ableitung und Jacobimatrix, (totale) Ableitung und Linearisierung, Mittelwertsatz, Satz von Schwarz, Extremwerte, Taylorreihe, Satz über implizite Funktionen, Approximationen periodischer Funktionen (Fourierreihen).

5 Literatúrauswahl

Es ist sinnvoll, neben der Vorlesung, die ja einen weitgehend standardisierten Stoff bespricht, auch Lehrbücher zu benutzen. Die Vorlesung wird keinem der Lehrbücher in allen Einzelheiten folgen, aber zur Überprüfung oder Ergänzung sind die folgenden Bücher alle geeignet. Empfehlenswert ist es, sich ein Buch, das dem persönlichen Geschmack entspricht, zur genaueren Lektüre auszusuchen, und daher empfehle ich es Ihnen auch sehr ganz einfach mal in die Bibliothek zu gehen und in den dort vorhandenen, zahlreichen Analysis Büchern herumzustöbern.

1. **K. Königsberger**, Analysis 1,2, Springer-Lehrbuch, 4., neubearb. u. erw. Auflage, 1999 (gut, aber recht kurz).
2. **H. Heuser**, Lehrbuch der Analysis 1,2, Teubner, Stuttgart, 1990 (recht gut und sehr ausführlich).
3. **H. Amann, G. Escher**, Analysis 1,2, Birkhäuser, Basel, 1999 (gut, aber etwas abstrakt).
4. **W. Walter**, Analysis 1,2, 1999 (recht gut, sehr historisch orientiert, unkonventionelle Stoffanordnung).
5. **H. von Mangoldt, K. Knopp**, Einführung in die höhere Mathematik, 1,2,3, S. Hirzel Verlag, Stuttgart, 1962 (altbewährt und sehr ausführlich, aber etwas altmodisch).
6. **J. Dieudonné**, Grundzüge der modernen Analysis, Vieweg, 1971 (sehr gut, aber sehr abstrakt).