

UNIVERSITÄT BREMEN - SS 2013  
- Übungen zur Vorlesung Analysis 2 -

**Aufgabenblatt 11**

(Themen der Woche 11: elementare Lösungsmethoden gewöhnlicher Differentialgleichungen; Systeme von Differentialgleichungen 1. Ordnung).

1. Bestimmen Sie die Lösungen  $y = y(x)$  der folgenden Differentialgleichungen.

(a)  $y' = 1 + y^2$  [3]

(b)  $y' = \sqrt{|y|}$ , wobei  $y(0) = 0$  [5]

(c)  $2yy'(1 + x^2) = 1 + y^2$ , für  $x \geq 0$  [5]

2. Berechnen Sie, für  $x > 1$ , die Lösung des Anfangwertproblems [10]

$$y' - \frac{y \log y}{x \log x} = 0, \text{ wobei } y(2) = 8$$

3. Berechnen Sie die Lösung des Anfangwertproblems [10]

$$y' + 2xy - e^{-x^2} = x, \text{ wobei } y(0) = 1$$

4. (a) Aus einer Differentialgleichung der Form  $y' = f\left(\frac{x}{y}\right)$  leite man mit Hilfe von  $u(x) := \frac{x}{y(x)}$  eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen ab. [5]

(b) Verwenden Sie das Ergebnis in (a) und berechnen Sie, für  $x > 0$ , die Lösung des Anfangwertproblems [6]

$$y' - \frac{y}{x} - 1 = 0, \text{ wobei } y(1) = 5$$

5. Allgemeine Wissensfragen (für jede richtige Antwort erhalten Sie einen Punkt).

- (a) Was verstehen Sie allgemein unter dem Begriff "gewöhnliche Differentialgleichung"?
- (b) Welche geometrische Interpretation(en) kennen Sie, sich Differentialgleichungen vorzustellen?
- (c) Was verstehen Sie unter der Ordnung einer gewöhnlichen Differentialgleichung?
- (d) Was ist das Ziel bei der Lösung einer Differentialgleichung?
- (e) Erklären Sie den Unterschied zwischen einer homogenen und einer inhomogenen Differentialgleichung 1. Ordnung.
- (f) Worin besteht der Unterschied zwischen der impliziten und der expliziten Darstellung einer Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung?