WS 2012/13
- Übungen zur Vorlesung Analysis 1 -

Aufgabenblatt 0

1. Auf wie viele Arten kann man aus 22 Spielern 2 Fußballmannschaften kombinieren? **[10]**

2. Die beiden Mengen A und B seien gegeben durch

$$A := \{1, 2, 3\} \text{ und } B := \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

   Geben Sie $A \cap B, A \cup B, A \setminus B$ und $B \setminus A$ an, und bestimmen Sie $A \times B$ und $B \times A$. **[10]**

3. Eine Jugendherberge mit neun Sechsbett-Zimmern ist voll belegt. Die Anzahl der männlichen Übernachtungsgäste übersteigt die Zahl der weiblichen Gäste und das Produkt beider Zahlen ist 720. Wie viele weibliche Gäste übernachten in der Herberge? **[10]**

4. Geben Sie zu folgenden Ungleichungen die Lösungsmenge L an. Was ist der jeweilige größtmögliche reelle Definitionsbereich D? **[10]**

$$\text{(a)} \quad \frac{21\,x}{x-13} \geq -5 \qquad \text{(b)} \quad \frac{2}{x} < \frac{3}{4x} \qquad \text{(c)} \quad \frac{2x}{|x+3|} \leq 5$$

5. Finden Sie die Fehler in den auf den ersten Blick überzeugenden Beweisen der beiden folgenden, ganz offensichtlich falschen Aussagen und formulieren Sie “*Merkregeln*“, die sich aus diesen Fehlern ableiten lassen.

   (a) **Aussage 1:** *Es seien $x, y \in \mathbb{R}$ zwei beliebige reelle Zahlen für die $y < x$ gilt. Dann folgt, dass $x = y$.* **[5]**
   Beweis: Seien x und y gegeben wie in der Aussage. Dann existiert ein $z > 0$, so dass $x = y + z$. Indem man beide Seiten dieser Gleichung mit $x - y$ multipliziert, erhält man $x^2 - xy = xy + xz - y^2 - yz$. Durch Subtraktion von xz auf beiden Seiten dieser Gleichung erhält man dann $x^2 - xy - xz = xy - y^2 - yz$. Durch Ausklammern in der so erhaltenen Gleichung ergibt sich somit $x(x - y - z) = y(x - y - z)$, woraus man durch Division durch $(x - y - z)$ erhält, dass $x = y$. □

   (b) **Aussage 2:** *In der Menge der komplexen Zahlen gilt, dass* $1 = -1$. **[5]**

   Beweis: Offenbar gilt, dass $\sqrt{-1} = \sqrt{-1}$. Hieraus folgt, dass

$$\sqrt{\frac{1}{-1}} = \sqrt{\frac{-1}{1}}$$

   und somit

$$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{1}}$$

   Durch Multiplikation mit $\sqrt{1} \cdot \sqrt{-1}$ erhält man dann

$$\sqrt{1} \cdot \sqrt{1} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$$

   woraus sich ergibt, dass $1 = -1$. □